

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2021

Buku Panduan Guru Matematika untuk SMA/SMK Kelas X

Penulis: Dicky Susanto, dkk

ISBN: 978-602-244-537-1

Bab

6

Panduan Khusus

Fungsi Kuadrat

Pengalaman Belajar

Setelah mempelajari bab ini, siswa diharapkan dapat:

1. mengidentifikasi fungsi kuadrat dalam bentuk aljabar, tabel nilai, dan grafik
2. menemukan karakteristik dari fungsi kuadrat
3. menggunakan fungsi kuadrat untuk menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari dengan cara aljabar maupun grafik

Bab Fungsi Kuadrat bertujuan mengembangkan kemampuan siswa untuk memahami dan bernalar mengenai fungsi kuadrat. Siswa akan memahami karakteristik fungsi kuadrat yang ditunjukkan oleh grafiknya yang berbentuk parabola. Karakteristik fungsi kuadrat ditunjukkan oleh konstanta-konstanta dalam $f(x) = ax^2 + bx + c$. Konstanta-konstanta ini menentukan bentuk parabolanya, apakah terbuka ke atas atau ke bawah, apakah lebar atau sempit dan titik potong dengan sumbu-y. Semua parabola simetri terhadap suatu garis, disebut sebagai sumbu simetri. Titik puncak selalu melalui sumbu simetri. Selain titik puncak, sumbu simetri, titik potong dengan sumbu-y, titik potong dengan sumbu-x merupakan hal-hal mendasar dalam memahami fungsi kuadrat. Titik potong dengan sumbu -x berkaitan dengan akar-akar persamaan kuadrat. Selanjutnya, siswa akan mengonstruksi fungsi kuadrat berdasarkan informasi yang diperoleh bahkan siswa dapat mengubah dari satu bentuk fungsi kuadrat ke bentuk yang lain. Tiga cara untuk menyatakan fungsi kuadrat dibahas dalam bab ini. Siswa akan menggunakan fungsi kuadrat untuk menyelesaikan masalah sehari-hari. Fenomena kejadian alam bahkan ekonomi dapat dijelaskan dengan fungsi kuadrat.

Pada subbab A, siswa melakukan beberapa eksplorasi untuk menentukan karakteristik fungsi kuadrat dengan menggambar grafik. Pada subbab B, siswa melakukan beberapa eksplorasi untuk mengonstruksi fungsi kuadrat bahkan dapat mengubah dari satu bentuk ke bentuk lain. Pada subbab C, siswa melakukan eksplorasi untuk membangun model yang mendekati fungsi kuadrat dan model yang memang fungsi kuadrat untuk menyelesaikan masalah sehari-hari.

Pemahaman fungsi kuadrat dalam bab ini berkaitan dengan fungsi eksponen sebagai perbandingan dan jumlah suku barisan aritmetika dalam barisan dan deret. Fungsi kuadrat dapat juga digunakan dalam bidang kimia seperti laju reaksi kimia dan kesetimbangan kimia. Fungsi kuadrat digunakan untuk menggambarkan gerak benda dipercepat atau diperlambat dalam bidang fisika. Hal lainnya adalah lintasan parabola untuk gerak peluru/parabola.

Skema Pembelajaran

Subbab	Waktu (JP)*	Tujuan	Pokok Materi	Kosakata	Metode dan Aktivitas
A. Karakteristik Fungsi Kuadrat	6	Menentukan karakteristik fungsi kuadrat	<ul style="list-style-type: none"> Peran a dan c dalam fungsi kuadrat Titik puncak Titik potong dengan sumbu 	<ul style="list-style-type: none"> Diskriminan Titik puncak 	<ul style="list-style-type: none"> Pembelajaran Penemuan
B. Mengonstruksi Fungsi Kuadrat	6	Mengonstruksi fungsi kuadrat dan mengubah dari satu bentuk ke bentuk lain	Tiga bentuk fungsi kuadrat	<ul style="list-style-type: none"> Titik puncak Akar-akar 	<ul style="list-style-type: none"> Pembelajaran Penemuan
C. Menyelesaikan Masalah dengan Fungsi Kuadrat	4	Menyelesaikan masalah dengan fungsi kuadrat	<ul style="list-style-type: none"> Model Fungsi Kuadrat 	Model	<ul style="list-style-type: none"> Pembelajaran Penemuan

Catatan:

* Waktu merupakan saran rentang jam pelajaran. Guru dapat menyesuaikan dengan kondisi aktual pembelajaran.

Panduan Pembelajaran

A. Karakteristik Fungsi Kuadrat



Pengalaman Belajar

Menentukan karakteristik fungsi kuadrat



Sarana & Prasarana Pembelajaran

Kertas berpetak



Apersepsi

Perkenalkan bab ini dengan PEMBUKA BAB dan diskusikan contoh lintasan parabola selain lintasan bola basket dalam Gambar 6.1. Selain dalam olahraga, di mana saja ditemukan lintasan parabola, misalnya lintasan air mancur.

Tunjukkan grafik fungsi kuadrat (Gambar 6.2) dan minta siswa membandingkan dengan grafik garis lurus. Contoh perbedaan fungsi kuadrat dengan fungsi linear adalah kenaikan nilai fungsi berbanding lurus dengan kenaikan nilai x untuk fungsi linear. Pada fungsi kuadrat kenaikan nilai fungsi tidak berbanding lurus dengan nilai x . Fungsi kuadrat adalah fungsi polinom (suku banyak) dengan pangkat tertinggi variabelnya adalah 2.

Gunakan bagian MENGINGAT KEMBALI mengenai persamaan kuadrat yang telah dipelajari di SMP. Ada tiga cara penyelesaian persamaan kuadrat yaitu faktorisasi, melengkapi kuadrat sempurna, dan rumus (biasa disebut rumus abc). Persamaan kuadrat adalah bentuk nol dari fungsi kuadrat. Pertanyaan-pertanyaan berikut dapat digunakan untuk mengaktifkan prapengetahuan siswa.

- Pada kondisi apa persamaan kuadrat mempunyai dua akar real berbeda?
- Pada kondisi apa persamaan kuadrat mempunyai akar kembar?
- Pada kondisi apa persamaan kuadrat tidak mempunyai akar real?
- Untuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ bagaimana akar persamaan kuadrat jika $b = 0$ atau $c = 0$?



Pemanasan

Mulai aktivitas pembelajaran dengan meminta siswa memperhatikan gambar dalam Eksplorasi 6.1 (Gambar 6.3). Diskusikan hal yang menonjol dari gambar tersebut, yaitu perubahan jarak tidak sama untuk setiap detik. Tanyakan, apakah hal tersebut menunjukkan kecenderungan fungsi eksponen atau linear.

Setelah diskusi, minta siswa melakukan eksplorasi 6.1 yang ada dalam PERMASALAHAN. Selain kertas berpetak, mereka juga dapat menggunakan aplikasi *GeoGebra* atau *Microsoft Excel* untuk menggambar fungsi kuadrat.

Siswa melanjutkan Eksplorasi 6.2 dengan melengkapi tabel. Sebelumnya, mengukur dahulu jarak bola dengan penggaris untuk setiap waktu. Kemudian siswa menggambar grafik.

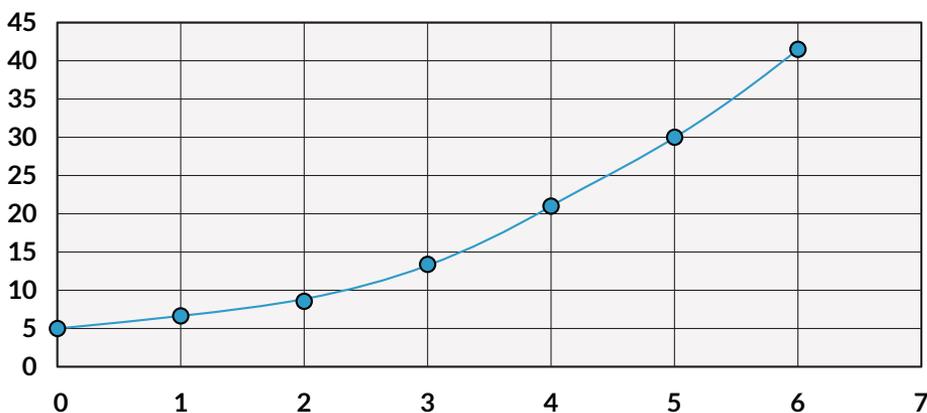
Siswa dapat melakukan kedua eksplorasi secara individu terlebih dahulu kemudian diskusi secara berpasangan atau dalam kelompok, atau langsung bekerja sama berpasangan atau dalam kelompok.

Jawaban Eksplorasi 6.1

Waktu (detik)	0	1	2	3	4	5	6
Posisi (m)	0	1	4	9	16	25	36

Jarak tempuh bertambah jika waktu bertambah tetapi pertambahan tidak sama untuk setiap detik.

Jarak (m) terhadap waktu (detik)

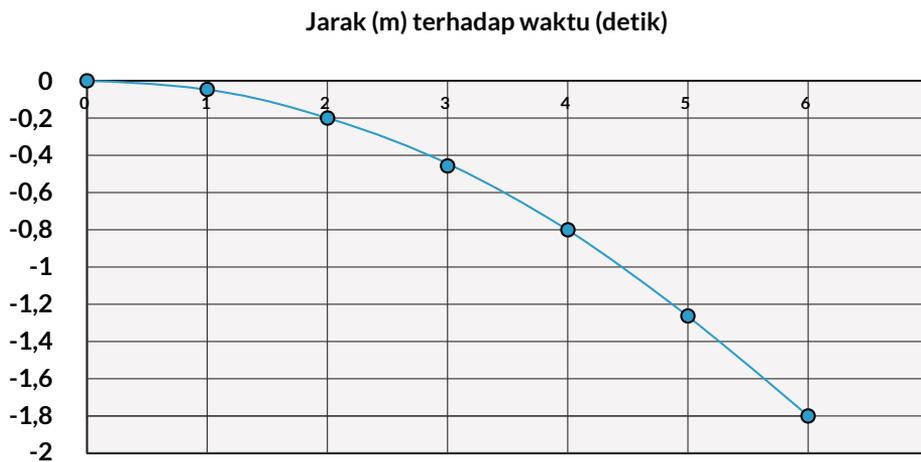


Hasilnya menggambar bentuk parabola tidak utuh.

Jawaban Eksplorasi 6.2

Waktu (detik)	0	0,1	0,2	0,3	4	5	6
Posisi (m)	0	-0,05	-0,2	-0,45	-0,8	-1,25	-1,8

Posisi menggunakan tanda negatif karena gerak benda berada di bawah titik O.



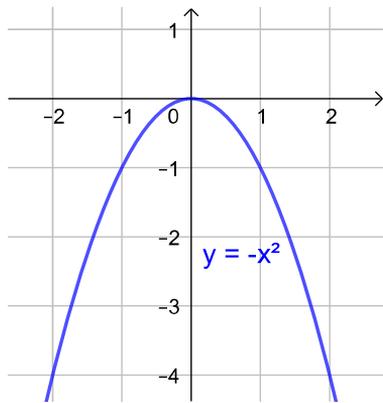
Bentuk grafik merupakan parabola tidak utuh.

Kaitkan hasil eksplorasi siswa dengan menunjukkan bahwa bentuk grafik adalah setengah parabola. Diskusikan perbedaan antara grafik dari Eksplorasi 6.1 dan Eksplorasi 6.2. Buat siswa paham bahwa ada fungsi kuadrat terbuka ke atas dan fungsi kuadrat terbuka ke bawah.

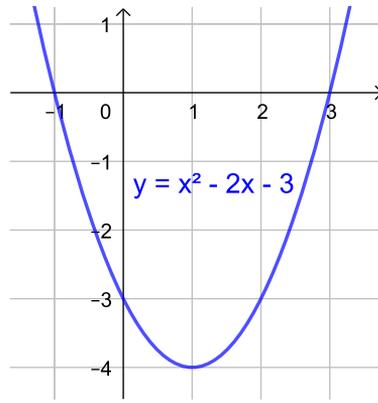
Bangkitkan keingintahuan siswa dengan bertanya, apa yang menyebabkan fungsi kuadrat terbuka ke atas atau ke bawah? Untuk menjawab pertanyaan ini dan lainnya maka dilakukan eksplorasi-eksplorasi di bawah ini.

Buat kelompok siswa yang terdiri atas 5 orang. Setiap kelompok mengerjakan semua soal a-j sehingga setiap orang membuat dua grafik. Siswa dapat membuat grafik dengan menggunakan kalkulator atau aplikasi. Grafik-grafik tersebut selalu digunakan dalam eksplorasi sehingga perlu disimpan.

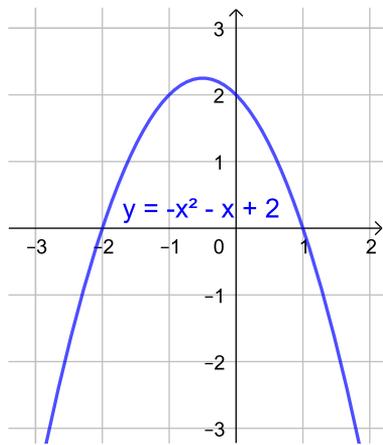
Jawaban Eksplorasi: Menggambar Grafik



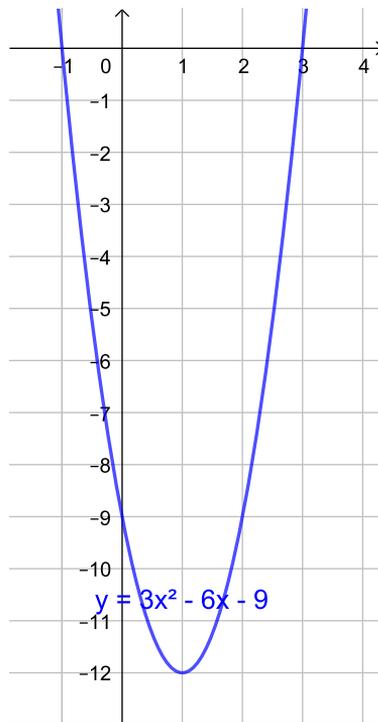
(a) $f(x) = -x^2$



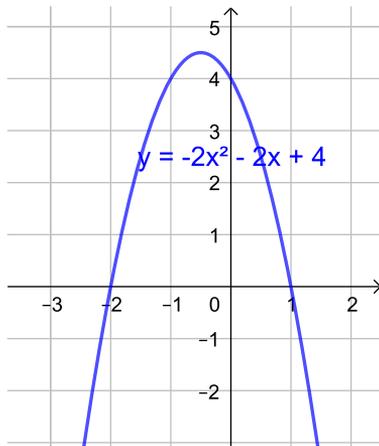
(b) $f(x) = x^2 - 2x - 3$



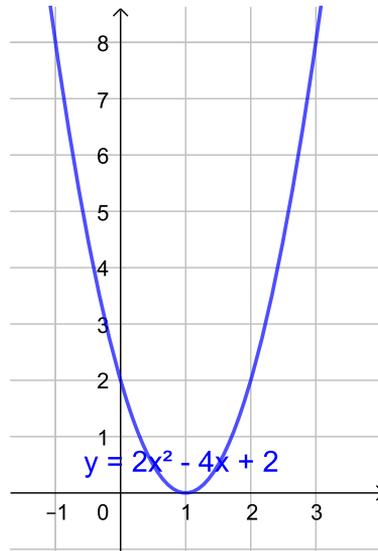
(c) $f(x) = -x^2 - x + 2$



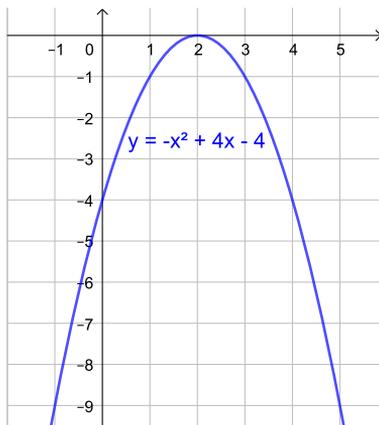
(d) $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$



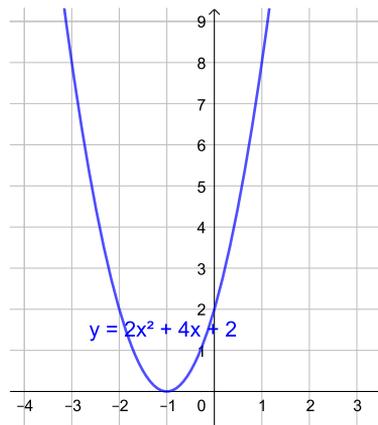
(e) $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$



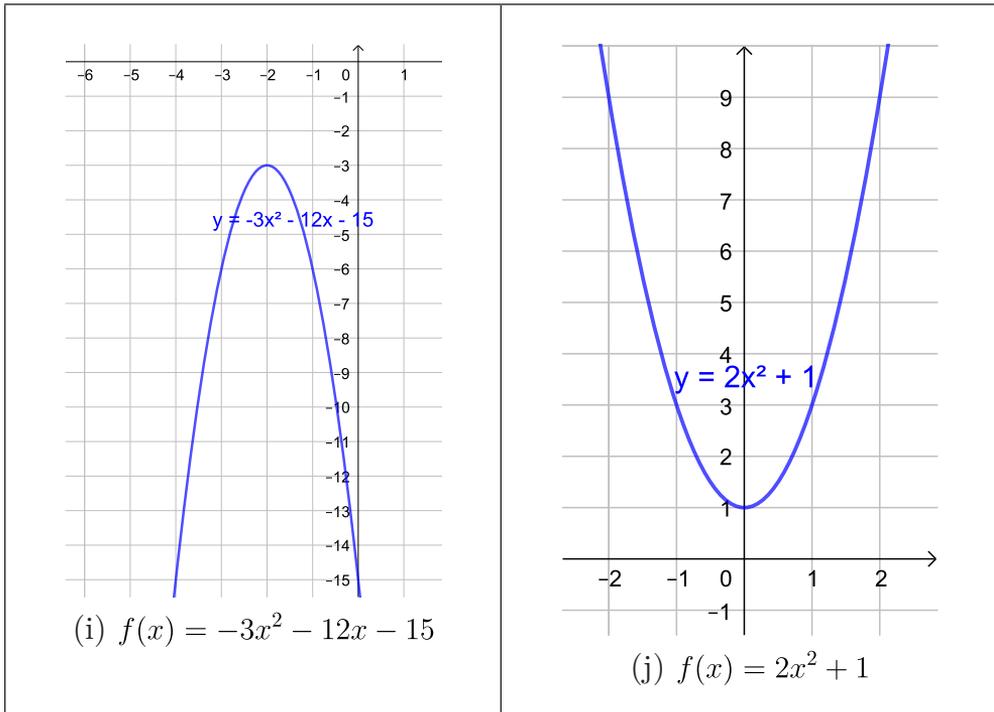
(f) $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$



(g) $f(x) = -x^2 + 4x - 4$



(h) $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$



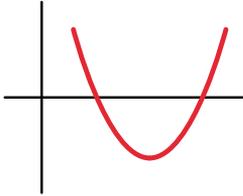
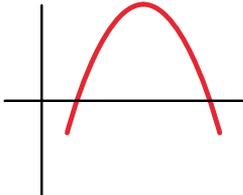
Metode & Aktivitas Pembelajaran

Cek pekerjaan setiap kelompok apakah grafik mereka sudah proporsional atau belum. Minta siswa mencermati sepuluh grafik yang telah dibuat dan mendaftarkan hal-hal istimewa yang mereka temui dalam grafik-grafik tersebut. Seiring dengan kegiatan eksplorasi yang mereka lakukan, mereka dapat mengecek daftar mereka dengan hasil eksplorasi. Eksplorasi 6.3 – 6.8 dilakukan dalam kelompok yang sama.

Jawaban Eksplorasi 6.3

1. $a > 0$ b,d,f,h,j, terbuka ke atas
2. $a < 0$ a,c,e,g,i terbuka ke bawah
3. Jika $a = 0$ maka fungsinya adalah $f(x) = bx + c$ yang merupakan fungsi linear

4.

$f(x) = ax^2 + bx + c$	grafik berbentuk
$a > 0$	$a > 0$ 
$a < 0$	$a < 0$ 



Metode & Aktivitas Pembelajaran

Pastikan siswa memahami bahwa fungsi kuadrat terbuka ke atas atau ke bawah ditentukan oleh nilai a . Uji pemahaman siswa dengan memberikan soal-soal lagi. Hubungkan nilai a dengan hasil Eksplorasi 6.1 dan 6.2. Tanyakan apa tanda dari a dalam Eksplorasi 6.1 dan 6.2? Jika mobil bergerak ke kanan dan diperlambat apa tanda dari a ? Apakah grafiknya terbuka ke atas atau ke bawah? Diskusikan bahwa diperlambat artinya jarak berkurang jika waktu bertambah.



Ayo Berdiskusi

Eksplorasi 6.1 dan 6.2 hanya menghasilkan grafik setengah parabola karena waktu tidak dapat negatif.

Minta setiap kelompok melanjutkan eksplorasi 6.4 untuk menyelidiki peran c dalam fungsi kuadrat. Gunakan kembali grafik-grafik a - j .

Jawaban Eksplorasi 6.4

1.

Fungsi $y = ax^2 + bx + c$	Titik potong dengan sumbu Y	c
(a) $f(x) = -x^2$	(0,0)	0
(b) $f(x) = x^2 - 2x - 3$	(0,-3)	3
(c) $f(x) = -x^2 - x + 2$	(0,2)	2
(d) $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$	(0,-9)	-9
(e) $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$	(0,4)	4
(f) $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$	(0,2)	2
(g) $f(x) = -x^2 + 4x - 4$	(0,-4)	-4
(h) $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$	(0,2)	2
(i) $f(x) = -3x^2 - 12x - 15$	(0,-15)	-15
(j) $f(x) = 2x^2 + 1$	(0,1)	1

2. c

3. $(0, c)$

Pastikan siswa memahami bahwa c menentukan titik potong fungsi kuadrat dengan sumbu y . Uji pemahaman siswa dengan memberikan soal-soal dan menanyakan koordinat titik potong fungsi kuadrat dengan sumbu y .

Kunci Jawaban Latihan 6.1

- Jembatan A terbuka ke bawah dan jembatan bawah B terbuka ke atas
 - Yang menentukan lebar sempitnya grafik fungsi kuadrat terbuka adalah nilai a .

Untuk menjawab soal b ini minta siswa mengamati sepuluh grafik yang sudah dibuat.

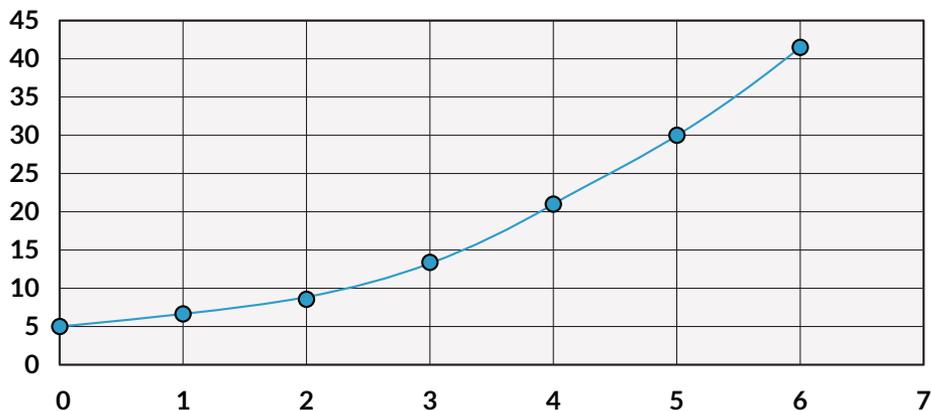
2. a,d
3. b,c
4. Gambar pertama menunjukkan nilai $a = 0$ karena untuk selang waktu yang sama jarak tempuh sama besar.
5. Gambar kedua menunjukkan nilai $a > 0$ karena untuk selang waktu yang sama jarak tempuh makin besar (perhatikan hasil eksplorasi 1).
6. Gambar ketiga menunjukkan nilai $a < 0$ karena untuk selang waktu yang sama jarak tempuh makin kecil (perhatikan hasil eksplorasi 2).

Kunci Jawaban Latihan 6.2

1. Tabel Jarak Terhadap Waktu

Waktu (detik)	0	1	2	3	4	5	6
Jarak (m)	5	6	9	14	21	30	41

Jarak (m) terhadap waktu (detik)



Hasilnya menggambarkan bentuk parabola.

Nilai c adalah 5.

2. Fungsi kuadrat terbuka ke bawah karena nilai fungsi naik kemudian turun lagi.
3. Fungsi kuadrat terbuka ke bawah karena nilai fungsi naik kemudian turun lagi.

Siswa diminta mengerjakan Eksplorasi 6.5 dalam kelompok dengan mengamati grafik-grafik yang ada terlebih dahulu. Tanyakan judul dari Eksplorasi 5 dan bagian-bagian mana dari grafik yang menunjukkan judul eksplorasi.

Jawaban Eksplorasi 6.5

Koordinat titik C adalah (2,3).

Ketinggian air maksimum adalah 6 panjang petak.

Koordinat titik A adalah (-60,20) karena jarak horizontal sama jauhnya dari titik (60,20).

Titik O merupakan titik minimum dari fungsi kuadrat.

Perhatikan bahwa jarak antara dua kabel adalah 6 m.

Koordinat titik A adalah (30,3).

Koordinat titik B adalah (0,16).

Koordinat titik C adalah (60,16).



Metode & Aktivitas Pembelajaran

Jelaskan bahwa setiap fungsi kuadrat mempunyai titik minimum atau titik maksimum. Kedua titik ini dinamakan titik puncak atau vertex. Tanyakan apa hubungan antara titik puncak dengan fungsi kuadrat terbuka ke atas atau ke bawah.

Tunjukkan Gambar 6.13 dan minta siswa menyebutkan apa saja karakteristik dari fungsi kuadrat. Diskusikan manfaat nilai maksimum dan nilai minimum dalam kehidupan sehari-hari, misalnya ketinggian maksimum atau biaya minimum atau luas maksimum. Diskusikan juga peran titik potong dengan sumbu x dalam kehidupan sehari-hari, misalnya waktu yang diperlukan agar bola mencapai tanah atau jumlah barang yang menyebabkan keuntungan nol.

Minta siswa mencermati petunjuk Eksplorasi 6.6 sebelum melakukan eksplorasi. Jelaskan bahwa $D = b^2 - 4ac$ merupakan pembeda akar-akar persamaan kuadrat. D adalah singkatan dari diskriminan.

Jawaban Eksplorasi 6.6

Fungsi $y = ax^2 + bx + c$	$D = b^2 - 4ac$	
(a) $f(x) = -x^2$	0	
(b) $f(x) = x^2 - 2x - 3$	16	

(c) $f(x) = -x^2 - x + 2$	9	
(d) $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$	144	
(e) $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$	36	
(f) $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$	0	
(g) $f(x) = -x^2 + 4x - 4$	0	
(h) $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$	0	
(i) $f(x) = -3x^2 - 12x - 15$	-36	
(j) $f(x) = 2x^2 + 1$	-8	

- $D > 0$ b, c, d, e memotong sumbu X di dua titik.
- $D = 0$ a, f, g, h menyinggung sumbu X di satu titik.
- $D < 0$ i, j tidak memotong (maupun menyinggung) sumbu X.
-

Fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$	Banyaknya akar $ax^2 + bx + c = 0$	banyaknya titik potong grafik dengan sumbu X
$D > 0$	2 berbeda	2
$D = 0$	2 kembar	1
$D < 0$	tidak ada akar real	0



Ayo Berpikir Kritis

- Fungsi kuadrat yang $D < 0$ dan $a < 0$ grafiknya terbuka ke bawah dan tidak memotong (maupun menyinggung) sumbu X
- Ya, nilai di bawah tanda akar. $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
- Jika akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ adalah p dan q maka titik potong

5.



Ayo Berpikir Kritis

- a. Biaya minimum maka grafik terbuka ke atas.
- b. Keuntungan maksimum maka grafik terbuka ke bawah.
- c. Kualitas bunyi maksimum maka grafik terbuka ke bawah.
- d. Efektivitas maksimum maka grafik terbuka ke bawah.
- e. Keselamatan maksimum maka grafik terbuka ke bawah.

Kunci Jawaban Latihan 6.4

1. Keuntungan maksimum terjadi pada $x = 30$ dan nilainya 71.460.
2. Ketinggian maksimum terjadi pada $t = 1,1$ detik dan bernilai 18,05 m.



Ayo Berefleksi

Untuk menjawab refleksi di bawah ini berikan satu contoh untuk setiap poin, dapat menggunakan contoh soal yang sama, sesuaikan dengan keadaan.

1. Apakah kalian dapat membuat grafik fungsi kuadrat jika diberikan tabel nilai?
2. Apakah kalian dapat membedakan fungsi kuadrat terbuka ke atas dengan terbuka ke bawah?
3. Apakah kalian dapat menjelaskan peran c dalam fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$?
4. Apakah kalian dapat menentukan titik puncak, sumbu simetri, titik potong dengan sumbu $-y$ dan titik potong dengan sumbu $-x$?
5. Apakah kalian dapat membedakan titik maksimum dan titik minimum?
6. Apakah kalian dapat melihat hubungan antara diskriminan dengan banyak titik potong dengan sumbu $-x$.

B. Mengonstruksi Fungsi Kuadrat



Pengalaman Belajar

Mengonstruksi fungsi kuadrat dan mengubah dari satu bentuk ke bentuk lainnya.



Sarana & Prasarana Pembelajaran

Kertas berpetak dan pisang

Jawaban Eksplorasi 6.7

Jawaban eksplorasi bergantung pada pemilihan pisang. Lengkungan pisang sebagai parabola. Tiga titik dipilih untuk mengonstruksi fungsi kuadrat. Ketiga titik adalah $(0,0)$, $(4,1)$ dan $(-4,1)$.

Dari titik $(0,0)$ maka $c = 0$

Dari titik $(4,1)$ maka $1 = 16a + 4b$

Dari titik $(-4,1)$ maka $1 = 16a - 4b$

Diperoleh $a = \frac{1}{16}$ dan $b = 0$

Fungsi kuadrat $f(x) = \frac{1}{16}x^2$



Metode & Aktivitas Pembelajaran

Jelaskan bahwa jika tiga titik diketahui maka digunakan sistem persamaan linear tiga variabel untuk menentukan nilai a , b , dan c . Ada cara lain untuk mengonstruksi fungsi kuadrat yaitu dengan menggunakan titik puncak.

Jika menggunakan titik puncak maka untuk lengkungan pisang berlaku

$f(x) = ax^2$ karena $c = 0$ dan titik O melalui titik puncak.

Sehingga $1 = 16a$ dan $a = \frac{1}{16}$

Kelompok siswa menggunakan sepuluh grafik yang telah dibuat untuk melakukan eksplorasi 6.8.

Jawaban Eksplorasi 6.8

1. $D > 0$

Fungsi $y = ax^2 + bx + c$	D	p	q	
b. $f(x) = x^2 - 2x - 3$	16	-1	3	$f(x) = (x + 1)(x - 3)$
c. $f(x) = -x^2 - x + 2$	9	-2	1	$f(x) = -(x + 2)(x - 1)$
d. $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$	144	-1	3	$f(x) = 3(x + 1)(x - 3)$
e. $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$	36	-2	1	$f(x) = -2(x + 2)(x - 1)$

$D = 0$

Fungsi $y = ax^2 + bx + c$	D	r	
a. $f(x) = -x^2$	0	0	$f(x) = -x^2$
f. $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$	0	1	$f(x) = 2(x - 1)^2$
g. $f(x) = -x^2 + 4x - 4$	0	2	$f(x) = -(x - 2)^2$
h. $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$	0	-1	$f(x) = 2(x + 1)^2$

$D < 0$

Fungsi $y = ax^2 + bx + c$	D	
i. $f(x) = -3x^2 - 12x - 15$	-36	
j. $f(x) = 2x^2 + 1$	8	

Fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$	Bentuk faktor	Koordinat titik potong dengan sumbu X
$D > 0$	$y = a(x - p)(x - q)$	$(p, 0)$ dan $(q, 0)$
$D = 0$	$y = a(x - r)^2$	$(r, 0)$
$D < 0$	-	-

2. a.

Fungsi $y = ax^2 + bx + c$	Sumbu simetri	
a. $f(x) = -x^2$	$x = 0$	$x = r$
b. $f(x) = x^2 - 2x - 3$	$x = 1$	$x = \frac{p + q}{2}$
c. $f(x) = -x^2 - x + 2$	$x = -\frac{1}{2}$	$x = \frac{p + q}{2}$
d. $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$	$x = 1$	$x = \frac{p + q}{2}$
e. $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$	$x = -\frac{1}{2}$	$x = \frac{p + q}{2}$
f. $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$	$x = 1$	$x = r$
g. $f(x) = -x^2 + 4x - 4$	$x = 2$	$x = r$
h. $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$	$x = -1$	$x = r$
i. $f(x) = -3x^2 - 12x - 15$	$x = -2$	
j. $f(x) = 2x^2 + 1$	$x = 0$	

b. Sumbu simetri

$$x = \frac{p+q}{2}$$

$$x = r$$

c. $x = -\frac{b}{2a}$ nilainya sama dengan sumbu simetri

d. Sumbu simetri dapat ditentukan berdasarkan titik potong grafik dengan sumbu -x dan dapat juga dengan memanfaatkan koefisien fungsi kuadrat.

3. a. Titik puncak

Fungsi $y = ax^2 + bx + c$	Titik puncak
a. $f(x) = -x^2$	(0,0)
b. $f(x) = x^2 - 2x - 3$	(1,-4)
c. $f(x) = -x^2 - x + 2$	$(-\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4})$
d. $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$	(1,-12)
e. $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$	$(-\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$
f. $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$	(1,0)
g. $f(x) = -x^2 + 4x - 4$	(2,0)
h. $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$	(-1,0)
i. $f(x) = -3x^2 - 12x - 15$	(-2,-3)
j. $f(x) = 2x^2 + 1$	(0,1)

b. Absis titik puncak = sumbu simetri

Substitusi nilai x = sumbu simetri $x = -\frac{b}{2a}$ pada $f(x) = ax^2 + bx + c$ menghasilkan ordinat titik puncak

c. $\frac{D}{-4a}$ adalah ordinat titik puncak $y = \frac{D}{-4a}$

d. Koordinat titik puncak $(h, k) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{D}{-4a}\right)$

e. $h = -\frac{b}{2a}$ dan $k = \frac{D}{-4a}$

Nilai $(h, k) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{D}{-4a}\right)$ adalah koordinat titik puncak.

f. Ada berbagai cara untuk menentukan koordinat titik puncak grafik fungsi kuadrat:

- i. Untuk fungsi kuadrat yang berbentuk $y = ax^2 + bx + c$, koordinat titik puncaknya adalah $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{D}{-4a}\right)$
- ii. Untuk fungsi kuadrat yang berbentuk $y = a(x - h)^2 + k$ koordinat titik puncaknya adalah (h, k)
- iii. Untuk fungsi kuadrat yang berbentuk $y = a(x - p)(x - q)$ absis titik puncaknya didapat dengan $x = \frac{p + q}{2}$ dan ordinat dengan substitusi nilai absis pada fungsi.
- iv. Untuk fungsi kuadrat yang berbentuk $y = a(x - r)^2$ absis titik puncaknya didapat dengan $x = r$ dan ordinat dengan substitusi nilai absis pada fungsi.



Metode & Aktivitas Pembelajaran

Uji pemahaman siswa dengan memberikan lagi soal-soal apakah mereka sudah dapat mengonstruksi fungsi kuadrat atau mengubahnya dari satu bentuk ke bentuk yang lain.

Kunci Jawaban Latihan 6.5

1. Titik puncak (2,6) maka bentuknya $f(x) = a(x - 2)^2 + 6$

Melalui (1,7) maka $7 = a(1 - 2)^2 + 6$

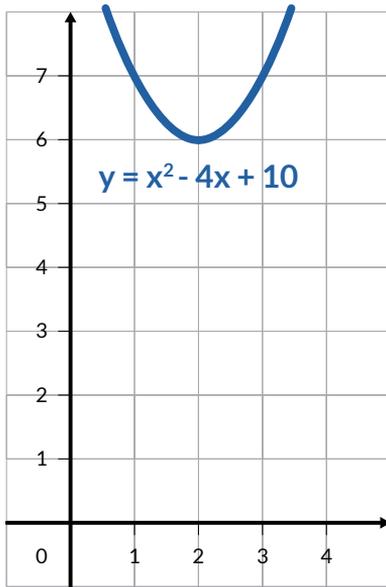
$$f(x) = a(x - 2)^2 + 6$$

$$7 = a(1 - 2)^2 + 6$$

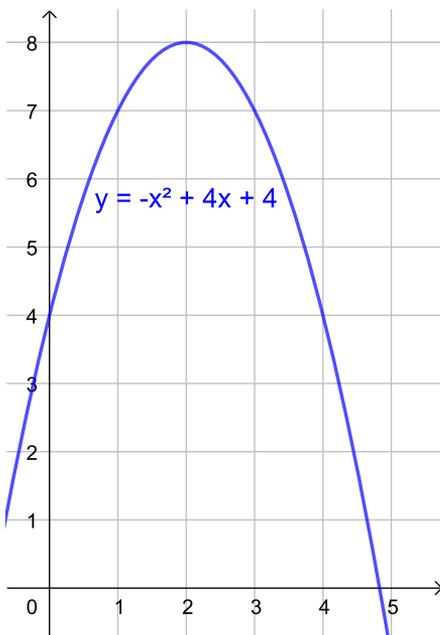
$$a = 1$$

Jadi $f(x) = a(x - 2)^2 + 6$ atau $f(x) = x^2 - 4x + 10$

Perhatikan grafiknya, fungsi ini tidak memotong sumbu X, jadi tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $f(x) = a(x - p)(x - q)$



2. Titik-titik yang dilalui (0,4) dan titik puncaknya (2,8).
- Titik puncak $\rightarrow f(x) = a(x - 2)^2 + 8$
 - Melalui (0,4) $\rightarrow 4 = a(4) + 8$ maka $a = -1$
Fungsinya $f(x) = -(x - 2)^2 + 8$ atau $f(x) = -x^2 + 4x + 4$



3. a. $D > 0$
b. $D > 0$

- c. $D > 0$
- d. $D > 0$
- e. $D > 0$



Ayo Berefleksi

Untuk menjawab refleksi di bawah ini berikan satu contoh untuk setiap poin, dapat menggunakan contoh soal yang sama, sesuaikan dengan keadaan.

1. Apakah kalian dapat membentuk fungsi kuadrat jika diketahui tiga titik dari fungsi kuadrat?
2. Apakah kalian dapat membentuk fungsi kuadrat jika diketahui titik potong dengan sumbu x?
3. Apakah kalian dapat membentuk fungsi kuadrat jika diketahui titik puncak?

C. Menyelesaikan Masalah dengan Fungsi Kuadrat



Pengalaman Belajar

Menyelesaikan masalah dengan fungsi kuadrat



Sarana & Prasarana Pembelajaran

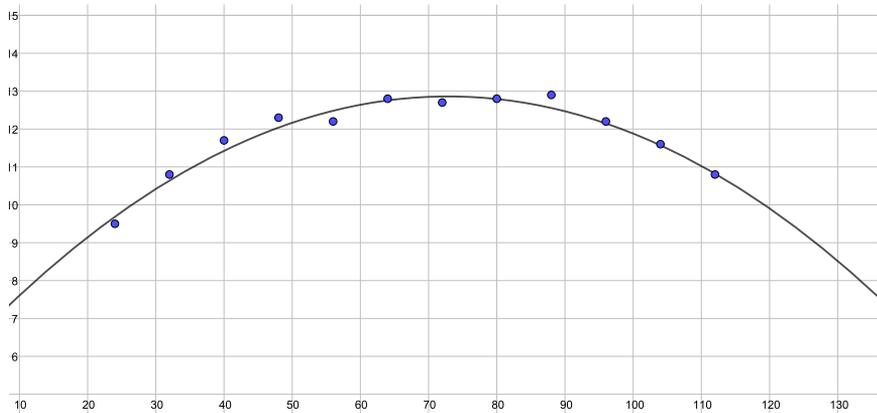
Kertas berpetak dan pisang

Diskusikan mengapa fungsi kuadrat sering digunakan sebagai model. Bagi kelas dalam kelompok untuk melakukan Eksplorasi 1 dan 2. Siswa dapat menggunakan aplikasi *GeoGebra* untuk mendapatkan grafik dan aplikasi *Microsoft Excel* bagian *regression* dari data analisis untuk mendapatkan konstanta-konstanta a, b, dan c dari fungsi kuadrat. Jika tidak menggunakan aplikasi *Microsoft Excel*, maka dapat memilih cara untuk mengonstruksi fungsi kuadrat seperti yang ada dalam subbab 2.

Jawaban Eksplorasi 6.9

$$P(x) = -0,00133x^2 + 0,1938x + 5,8$$

Kelajuan yang memberikan penghematan bahan bakar maksimum adalah 72,8 km/jam.



Jawaban Eksplorasi 6.10

Panjang kawat memenuhi $4x + 3y = 24$

Luas adalah $2xy$

$$4x + 3y = 24$$

$$\frac{4}{3}x + y = 8$$

$$y = 8 - \frac{4}{3}x$$

$$\text{Luas} = 2xy$$

$$= 2x \left(8 - \frac{4}{3}x\right)$$

$$= 16x - \frac{8}{3}x^2$$

$$\text{Sumbu simetri} = -\frac{16}{-\frac{16}{3}} \text{ dilalui titik puncak}$$

$$= 3$$

$$\text{Luas maksimum} = 16 \cdot 3 - \frac{8}{3} \cdot 3^2$$

$$= 48 - 24$$

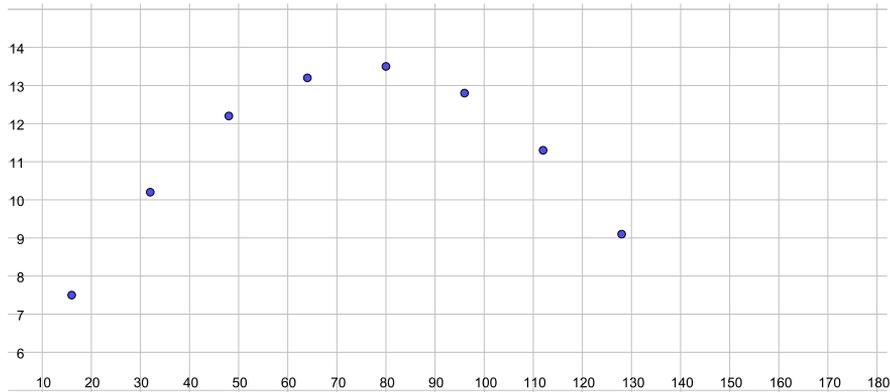
$$= 24$$

Kunci Jawaban Ayo Mencoba

Banyak buku yang dijual agar diperoleh pendapatan optimal atau maksimal adalah 1.800 buku.

Kunci Jawaban Latihan 6.6

1. Berdasarkan data dalam tabel maka untuk fungsi linear jika waktu bertambah satu detik maka jarak bertambah 2 m sedangkan untuk fungsi kuadrat perubahan pertambahan jarak terjadi ketika waktu bertambah satu detik.
2. Fungsi kuadrat $F(x) = -0,00165x^2 + 0,251x + 3,9$
Penghematan maksimum terjadi pada kelajuan 80 km/jam.



3. Fungsi eksponen tidak memiliki nilai minimum dan tidak memiliki nilai maksimum.



Ayo Berefleksi

Untuk menjawab refleksi di bawah ini berikan satu contoh untuk setiap poin, dapat menggunakan contoh soal yang sama, sesuaikan dengan keadaan.

1. Apakah kalian dapat membuat grafik fungsi kuadrat jika diberikan sekelompok data?
2. Apakah kalian dapat membuat fungsi kuadrat dari suatu masalah?

Refleksi

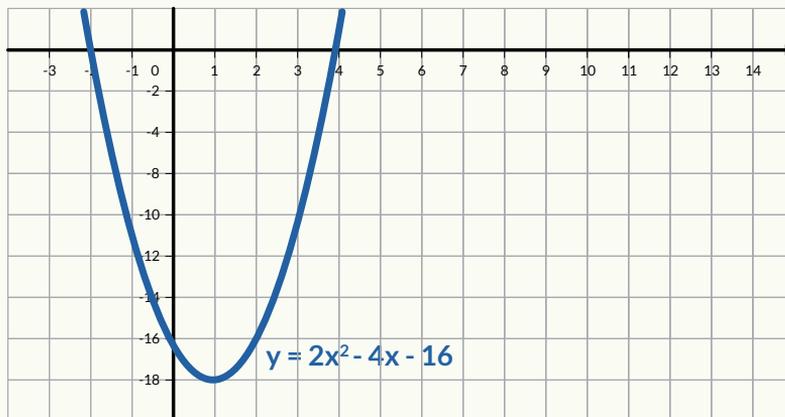
Pada akhir pembelajaran bab ini, minta siswa untuk memikirkan kembali apa saja yang sudah mereka pelajari dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan penuntun sebagai upaya guru untuk memastikan bahwa siswa sudah mencapai tujuan pembelajaran. Uji kompetensi juga diberikan untuk mengukur ketercapaian tujuan pembelajaran dari bab ini.

Kunci Jawaban

Uji Kompetensi

3. b

4.



- Memotong sumbu X di $(-2,0)$ dan $(4,0)$
- Memotong sumbu Y di $(0,-16)$
- Sumbu simetri $x = 1$
- Nilai minimum, yaitu $(1,-18)$

3. Ketinggian maksimum dapat dihitung

a. **Alternatif 1**

$$h(t) = -5t(t - 8)$$

memotong sumbu X di $(0,0)$ dan $(8,0)$

$$\text{Sumbu simetrinya } x = \frac{0+8}{2} = 4$$

$$\begin{aligned} h(4) &= -5(4)(4 - 8) \\ &= 80 \end{aligned}$$

b. **Alternatif 2**

$$\begin{aligned} D &= b^2 - 4ac \\ &= 40^2 - 4(-5)(0) \\ &= 1600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{-4a} &= \frac{1600}{-4(-5)} \\ &= 80 \end{aligned}$$

4. Ketinggian maksimum dapat dihitung

a. **Alternatif 1**

$$P(q) = -20q(q - 150)$$

Memotong sumbu X di (0,0) dan (150,0)

$$\text{Sumbu simetrinya } x = \frac{0 + 150}{2} = 75$$

$$\begin{aligned} P(75) &= -20(75)(75 - 150) \\ &= 112.500 \end{aligned}$$

b. **Alternatif 2**

$$\begin{aligned} \frac{D}{-4a} &= \frac{9.000.000}{-4(-20)} \\ &= 112.500 \end{aligned}$$

Pengayaan

Proyek ini bersifat opsional dan dapat diberikan sebagai tugas tambahan.

Budi dan Agus mengukur ketinggian bola yang mereka lemparkan. Tabel 6.1 menunjukkan hasil pengukuran mereka.

Tabel 6.1 Ketinggian Bola

Waktu (detik)	0	1	3	5	6
Ketinggian (meter)	0,5	3	5	3	0,5

1. Ubahlah data pengamatan pada Tabel 6.1 menjadi bentuk grafik dan persamaan. Gunakan sumbu -x untuk menyatakan waktu dan sumbu -y untuk menyatakan ketinggian.

Silakan menggunakan Aplikasi Desmos. Langkah-langkahnya:

- a. Masuk ke Aplikasi *Desmos* (www.desmos.com)
- b. Klik tanda + di bagian atas kolom kiri dan pilih **table**.
- c. Isilah tabel dengan data Tabel 6.1
- d. Perhatikan bahwa setiap kali kamu selesai mengisi satu baris, ada satu titik yang muncul pada bidang koordinat. Titik ini koordinatnya diambil dari tabel.
- e. Tuliskan bentuk umum fungsi kuadrat ke dalam kolom kiri pada Aplikasi Desmos: $y = ax^2 + bx + c$.

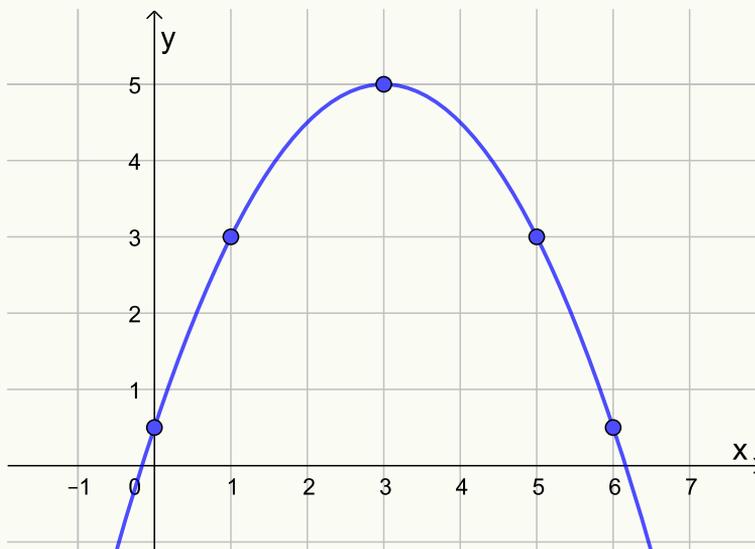
- f. Perhatikan bahwa saat Anda menuliskan fungsi kuadrat, ada tulisan yang muncul di bawahnya:

add slider: a b c **all**

- g. Klik **all**
- h. Akan muncul 3 buah slider yang dapat digeser-geser. Nilai-nilai a , b , c yang dipilih akan mempengaruhi grafik fungsi kuadrat yang dihasilkan. Silakan menggeser nilai-nilai tersebut sampai menemukan fungsi kuadrat yang melalui titik-titik dari tabel.
2. Apakah persamaan yang didapatkan melalui semua titik yang ada?
 3. Apakah jawaban semua siswa sama?
 4. Jika siswa melakukan percobaan yang sama, apakah akan mendapatkan hasil yang sama?
 5. Apa yang perlu dilakukan jika tidak didapatkan fungsi kuadrat yang tepat melalui semua titik yang ada?

Jawaban:

Tabel 6.1 dapat dituliskan sebagai $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2}$ dan grafiknya adalah <https://www.desmos.com/calculator/najlyuf0x5>



Data percobaan biasanya tidak sempurna dan pemodelan dengan grafik/persamaan mencari grafik/persamaan yang paling mendekati data yang ada.