Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2021

Matematika untuk SMA/SMK Kelas X

Penulis: Dicky Susanto, dkk

ISBN: 978-602-244-526-5

Bab

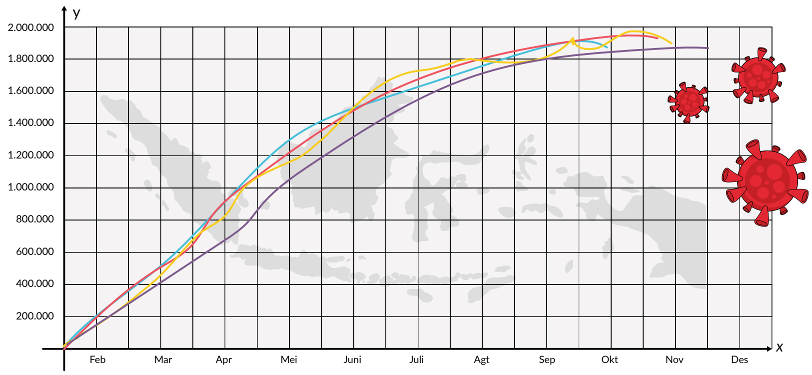
1

Eksponen dan Logaritma

Pengalaman Belajar

Setelah mempelajari bab ini, kalian diharapkan dapat:

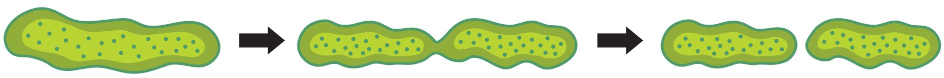
1. Mengidentifikasi sifat-sifat eksponen.
2. Mengidentifikasi bentuk akar.
3. Mengidentifikasi fungsi eksponen.
4. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan fungsi eksponen.
5. Mengidentifikasi sifat-sifat logaritma.
6. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan logaritma.



Gambar 1.1 Grafik Eksponensial Penyebaran Covid-19

Pada tahun 2020, dunia dihadapkan dengan wabah virus Covid-19 yang menyebar di hampir seluruh negara di dunia. Di Indonesia, kasus penularan Covid-19 masih cukup tinggi dan belum menunjukkan penurunan yang signifikan, bahkan cenderung naik. Pada awal penularannya, grafik perkembangan penularan Covid-19 digambarkan sebagai bentuk eksponensial. Bentuk eksponensial menggambarkan situasi peningkatan suatu kuantitas secara pesat pada kurun waktu tertentu. Mengapa demikian? Bagaimanakah bentuk eksponensial itu?

Selain itu, untuk mengamati pertumbuhan bakteri atau virus, para peneliti biasanya mengamati berapa banyak bakteri yang akan tumbuh setiap jamnya. Para peneliti mampu memprediksi berapa banyak bakteri yang akan tumbuh pada jam-jam tertentu dengan perhitungan matematika atau sebaliknya menentukan waktu yang dibutuhkan sehingga jumlah bakteri tertentu dapat tumbuh.



Gambar 1.2 Pembelahan Bakteri

Demikian pula untuk memprediksi jumlah penduduk suatu wilayah pada beberapa tahun kemudian, penghitungan matematika dapat digunakan untuk menentukannya. Dengan hanya melakukan pengamatan tentu hal tersebut tidaklah mudah. Diperlukan penghitungan tertentu untuk menentukannya.

Menurut kalian, bagaimana permasalahan-permasalahan tersebut di atas dapat dipecahkan secara matematis? Eksponen dan logaritma adalah konsep-konsep matematika yang memiliki peran yang penting untuk menyelesaikan masalah-masalah seperti yang sudah disebutkan sebelumnya. Bagaimana cara menggunakan kedua konsep ini dalam menyelesaikan masalah-masalah seperti di atas? Dan pada konteks apa lagi kedua konsep tersebut dapat digunakan? Semua akan kalian pelajari pada bab ini.

Kata Kunci	Pertanyaan Pemantik
Eksponen, fungsi eksponen, bilangan pokok, pangkat, bentuk akar, logaritma.	1. Bagaimana menggambarkan bentuk eksponen? 2. Bagaimana menggambarkan bentuk logaritma? 3. Apa hubungan antara eksponen dan logaritma? 4. Masalah sehari-hari apa yang dapat diselesaikan dengan eksponen dan logaritma?

Peta Konsep

A. Eksponen

Ayo Mengingat Kembali

Perkalian berulang adalah perkalian yang dilakukan secara berulang dengan faktor yang sama.

Perhatikan contoh berikut ini.

1. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ditulis dengan 2^6
2. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ ditulis dengan 5^8
3. $15 \times 15 \times 15 \times 15$ ditulis dengan 15^4
4. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ ditulis dengan 7^{10}
5. $a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$ ditulis dengan a^7

Eksplorasi 1.1 Sifat-sifat Eksponen

Ayo Bereksplorasi

Seseorang membawa virus masuk ke wilayah A. Virus tersebut menular ke penduduk di wilayah tersebut dengan cepat. Setelah diamati, orang yang membawa virus tersebut sudah menulari 2 orang lainnya. Pada fase selanjutnya, 2 orang yang tertular tersebut ternyata juga masing-masing menulari 2 orang lainnya. Pada fase berikutnya, 4 orang pada fase sebelumnya juga menulari masing-masing 2 orang lainnya. Pola penularan tersebut terus berlangsung, di mana tidak ada orang yang tertular hingga 2 kali.

1. Lengkapilah tabel di bawah ini yang akan memberikan kalian gambaran penularan virus di setiap fase hingga fase ke-8.

Fase Penularan	1	2	3	4	5	6	7	8
Banyak orang yang tertular	2	4	8	...	...	...	...	...

2. Berapa orang yang tertular virus tersebut pada fase ke-10? Bagaimana kalian mengetahuinya?
3. Jika banyak fase adalah n, bagaimana merepresentasikan banyak orang yang tertular pada fase ke-n tersebut? Bagaimana kalian mengetahuinya?
4. Bagaimana hubungan antara fase penularan dan banyaknya orang yang tertular virus di setiap fasenya?

Ayo Berpikir Kritis

Jika terdapat 250 orang di wilayah tersebut, berapa fase penularan yang terjadi sehingga 250 orang akan tertular virus tersebut?

1. Definisi Eksponen

Perhatikan kembali **Eksplorasi 1.1** yang sudah kalian lakukan. Antara fase penularan dan banyaknya orang yang akan tertular pada setiap fasenya memiliki hubungan yang menarik. Pada Eksplorasi 1.1 kalian menemukan bahwa:

$$1 = 2^0$$

$$2 = 2 = 2^1$$

$$4 = 2\times 2 = 2^2$$

$$8 = 2\times 2\times 2 = 2^3$$

$$16 = 2\times 2\times 2\times 2 = 2^4$$

$$\vdots$$

$$m = 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times \ldots\times 2 = 2^n$$

Jadi, banyaknya orang yang tertular pada setiap fase adalah perkalian bilangan 2 sebanyak "fase ke-" kali.

Jika kalian mencari banyak orang yang tertular pada fase ke-5, maka banyak orang yang tertular sama dengan $2^5 = 32$ orang.

Jika banyak orang yang tertular pada fase ke-n dinyatakan dengan m, maka berdasarkan eksplorasi di atas m dapat dinyatakan dalam n sebagai $m(n)$ yaitu:

$$m(n) = 2^n$$

Bentuk 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 dan 2^n ini merupakan bentuk bilangan pangkat. Bilangan berpangkat akan memudahkan kalian untuk menyederhanakan bentuk perkalian berulang. Bilangan berpangkat atau disebut juga eksponen didefinisikan sebagai berikut.

> Jika a adalah bilangan real dan n adalah bilangan bulat positif, maka a^n menyatakan hasil kali bilangan a sebanyak n faktor dan ditulis dengan
>
> $$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n faktor}$$

Bilangan berpangkat dapat dinyatakan dengan

pangkat

$$a^n$$

bilangan pokok

Berikut adalah beberapa definisi penting yang perlu kalian ketahui.

1. Jika a adalah bilangan real dengan $a \neq 0$ dan n bilangan bulat positif, maka $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$
2. Jika a adalah bilangan real dengan $a \neq 0$ dan n bilangan bulat positif, maka $a^{\frac{1}{n}} = p$ adalah bilangan real positif, sehingga $p^n = a$
3. Jika a adalah bilangan real dengan $a \neq 0$ dan m, n bilangan bulat positif, maka $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$

2. Sifat-sifat Eksponen

Eksplorasi 1.2 Sifat-sifat Eksponen

Ayo Bereksplorasi

Perhatikan tabel yang menunjukkan bentuk eksponen 2^n di bawah ini.

Tabel 1.1 Bentuk Eksponen 2^n

2^n	Hasil Perpangkatan
2^1	2
2^2	4
2^3	8
2^4	16
2^5	32
2^6	64
2^7	128
2^8	256
2^9	512
2^{10}	1024

Sekarang coba kalian amati bentuk eksponen di bawah ini. Selesaikan dan diskusikan dengan teman kelompokmu.

1) $2^2 \bullet 2^3$	4) $\frac{2^8}{6^6}$	7) $(2^3)^3$
2) $2^5 \bullet 2^2$	5) $\frac{2^{10}}{6^3}$	8) $(2^4)^2$
3) $2^3 \bullet 2^7$	6) $\frac{2^6}{6^4}$	9) $(2^2)^5$

Berdasarkan pengamatan di atas, apa yang dapat kalian simpulkan dari sifat-sifat eksponen tersebut?

1. Secara umum apakah bentuk lain dari $a^m \bullet a^n$?
2. Secara umum apakah bentuk lain dari $\frac{a^m}{a^n}$?
3. Secara umum apakah bentuk lain dari $(a^m)^n$?

Itu merupakan sifat-sifat yang berlaku pada eksponen. Berikut sifat-sifat eksponen yang perlu kalian ketahui. Kalian sudah membuktikan sifat 1, 2, dan 3.

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, dengan $a \neq 0, m, n$ bilangan bulat
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, dengan $a \neq 0, m, n$ bilangan bulat
3. $(a^m)^n = a^{m \times n},$ dengan $a \neq 0, m, n$ bilangan bulat
4. $(ab)^m = a^m \times b^n$ dengan $a, b \neq 0$, dan m bilangan bulat
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ dengan $b \neq 0$, dan m $bilangan\ bulat$
6. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{n}}\right) = (a)^{\frac{m+p}{n}}$ dengan $a > 0, \frac{m}{n}$ dan $\frac{p}{n}$ bilangan rasional dengan $n \neq 0$
7. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{q}}\right) = (a)^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$ dengan $a > 0, \frac{m}{n}$ dan $\frac{p}{n}$ bilangan rasional dengan $n, q \neq 0$

Ayo Berpikir Kreatif

Bagaimana kalian membuktikan Sifat 4 dan 5? Diskusikan bersama temanmu.

Perhatikan contoh 1 dan 2 berikut.

Contoh 1

Sederhanakanlah bentuk eksponen $\dfrac{2^5 \times 2^3}{2^2}$

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\frac{2^5 \times 2^3}{2^2} &= \frac{2^{(5+3)}}{2^2}\\ &= \frac{2^8}{2^2}\\ &= 2^{8-2}\\ &= 2^6\end{aligned}$$

Contoh 2

Sederhanakan bentuk eksponen

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2 \times \left(x^{\frac{4}{3}}\right) &= \left(x^{\frac{2}{3}}\right) \times \left(x^{\frac{4}{3}}\right)\\ &= x^{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}}\\ &= x^{\frac{6}{3}}\\ &= x^2\end{aligned}$$

Latihan 1.1

1. Buktikan sifat eksponen nomor 6 dan 7.
2. Tentukan nilai p sedemikian sehingga persamaan berikut ini tepat

   a. $\left(3^4\right)^2 = 3^p$ b. $b^p.b^5 = b^9$ c. $(3\pi)^p = 27\pi^3$
3. Sederhanakanlah

   a. $\left(\dfrac{2^4 \times 3^6}{2^3 \times 3^2}\right)^3$

b. $\left(3u^3v^5\right)\left(9u^4v\right)$

c. $\left(\dfrac{n^{-1}r^4}{5n^{-6}r^4}\right)^2, n \neq 0,\ r \neq 0$

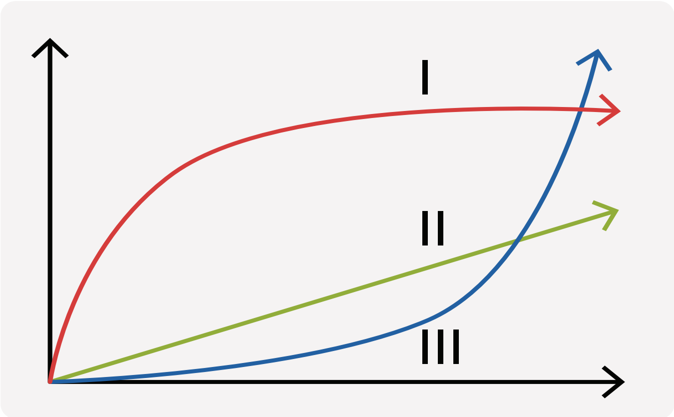
3. Fungsi Eksponen

Eksplorasi 1.3 Sifat-sifat Eksponen

Ayo Bereksplorasi

Seseorang membawa virus dan menulari 3 orang lainnya. Pada fase selanjutnya, setiap orang menulari 3 orang lainnya lagi.

1. Berapakah orang yang akan tertular pada setiap fase selanjutnya?
2. Berapa orang yang akan tertular virus tersebut pada fase ke-20?
3. Manakah dari grafik fungsi berikut ini yang merepresentasikan peningkatan jumlah orang yang tertular virus tersebut jika proses penularan terjadi terus-menerus? Mengapa demikian?



4. Fungsi apakah yang tepat menggambarkan penularan tersebut?

Perhatikan Eksplorasi 1.3 di atas.

Pada fase pertama 3 orang tertular dari orang pertama dan kemudian menularkan masing-masing ke 3 orang lainnya. Kemudian 3 orang tersebut menularkan lagi ke masing-masing 3 orang berikutnya, begitu seterusnya.

Tabel 1.2 Penularan Virus di Beberapa Fase

Fase	1	2	3	4	5	6	7
Banyak orang yang tertular	$3=3^1$	$9=3^2$	$27=3^3$	$81=3^4$	$243=3^5$	$729=3^6$	$2187=3^7$

Kalau kalian perhatikan, untuk menentukan banyaknya orang yang tertular virus tersebut, pola yang muncul adalah 3^x, di mana x adalah fase penyebaran virus. Jika $f(x)$ adalah banyaknya orang yang tertular virus tersebut, sementara x adalah fase penyebaran virus, maka banyaknya orang yang tertular virus tersebut dapat dinyatakan dengan:

$$f(x) = 3^x$$

$f(x) = 3^x$ adalah salah satu contoh fungsi eksponen.

Definisi Fungsi Eksponen

Sebuah fungsi eksponen dinyatakan dengan

$$f(x) = n \times a^x$$

di mana a adalah bilangan pokok, $a > 0$, $a \neq 1$, n adalah bilangan real tak nol dan x adalah sebarang bilangan real.

Ayo Berpikir Kreatif

Apakah kalian sudah memahami definisi di atas? Coba diskusikan pertanyaan berikut ini.

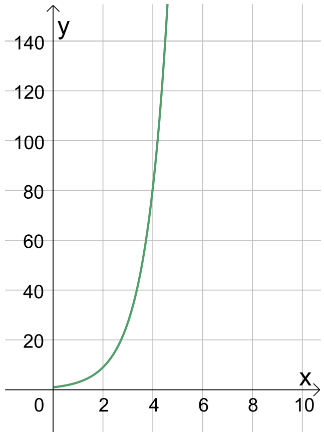
1. Bagaimana jika $a = 1$?
2. Bagaimana jika $a = 0$?

Beberapa contoh fungsi eksponen lainnya adalah sebagai berikut. Contoh fungsi eksponen:

1. $f(x) = 4^x$
2. $f(x) = 3^{x+1}$
3. $f(x) = 5^{2x-1}$

Jika kalian perhatikan, perubahan nilai pada fungsi eksponen sangatlah signifikan. Pada **Eksplorasi 1.3** dapat kalian amati bahwa pada fase-fase selanjutnya, semakin banyak orang yang tertular virus tersebut.

Grafik fungsi eksponen pada $f(x) = 3^x$ ditunjukkan pada gambar di bawah ini.



Gambar 1.3 Grafik Fungsi $f(x) = 3^x$

Fungsi eksponen dibedakan menjadi dua bentuk, yaitu pertumbuhan eksponensial dan peluruhan eksponensial.

Ayo Berpikir Kreatif

Perhatikan ketiga fungsi berikut ini.

$f(x) = 2x$ $f(x) = 2^x$ $f(x) = x^2$

1. Gambarlah ketiga grafik fungsi tersebut.
2. Apa yang membedakan ketiga grafik fungsi tersebut?
3. Dari ketiga grafik fungsi tersebut, grafik yang manakah yang paling cepat peningkatannya?

a. Pertumbuhan Eksponen

Kurva di atas adalah salah satu kurva yang menunjukkan pertumbuhan eksponen, di mana tingkat pertumbuhan berbanding lurus dengan besarnya nilai kuantitasnya. Contoh yang lainnya adalah pertumbuhan bakteri di mana pada fase-fase selanjutnya bakteri tentu akan semakin banyak jumlahnya.

Fungsi pertumbuhan eksponen dituliskan dengan:

$$f(x) = a^x \text{ dengan } a > 1$$

Sekarang mari kita lihat beberapa contoh berikut ini.

Contoh 3

Untuk mengamati pertumbuhan suatu bakteri pada inangnya, seorang peneliti mengambil potongan inang yang sudah terinfeksi bakteri tersebut dan mengamatinya selama 5 jam pertama. Pada inang tersebut, terdapat 30 bakteri. Setelah diamati, bakteri tersebut membelah menjadi dua setiap 30 menit.

1. Modelkan fungsi pertumbuhan bakteri pada setiap fase.
2. Gambarkan grafik pertumbuhan bakteri tersebut.
3. Pada jam ke-5 berapa banyak bakteri baru yang tumbuh?

Alternatif Penyelesaian:

1. Pada awal pengamatan, bakteri yang diamati berjumlah 30 sehingga untuk 30 menit berikutnya dapat digambarkan pertumbuhan bakterinya sebagai berikut
   Misalkan x adalah fase pertumbuhan bakteri setiap 30 menit, maka

Fase (30 menit)	0	1	2	3	4	5
Banyak bakteri	30	60	120	240	480	960

   Untuk $x = 0$, banyak bakteri = 30

   Untuk $x = 1$, banyak bakteri = 60

   Untuk $x = 2$, banyak bakteri = 120 = $2^2.30$;

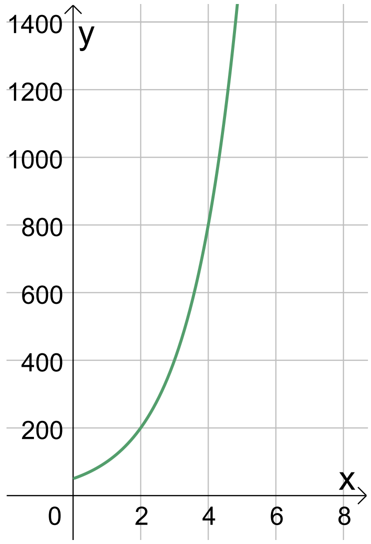
   Untuk $x = 3$, banyak bakteri = 240 = $2^3.30$;

   Untuk $x = 4$, banyak bakteri = 480 = $2^4.30$;

   Pertumbuhan bakteri dapat dimodelkan dengan fungsi eksponen

$$f(x) = 30.(2^x)$$

2. Grafik fungsi eksponen pertumbuhan bakteri $f(x) = 30.(2^x)$ dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 1.4 Grafik Fungsi $f(x) = 30.(2^x)$

Hint

Gunakan aplikasi GeoGebra untuk membantu kalian menggambarkan grafik tersebut. Kunjungi www.geogebra.org

3. Jam ke-5 terjadi pada fase ke-10 (ingat kembali pembelahan terjadi setiap 30 menit), sehingga:

$$\begin{aligned} f(10) &= 30.\left(2^{10}\right) \\ &= 30.(1024) \\ &= 30.720 \end{aligned}$$

Jadi banyak bakteri yang tumbuh pada jam ke-5 atau fase ke-10 adalah 30.720 bakteri.

Ayo Berpikir Kritis

Jika banyak bakteri pada awal pengamatan adalah 50, 100, dan 200, bagaimana kalian memodelkan pertumbuhan bakteri tersebut?

Ayo Berdiskusi

Diskusikan dengan teman kelompok kalian.

Contoh 4

Seorang peneliti mengamati pertumbuhan bakteri selama beberapa jam. Setelah diamati, bakteri tersebut membelah menjadi n bakteri setiap jam. Setelah diamati, jumlah bakteri pada 2 jam pertama adalah 8.000 bakteri. Dua jam kemudian jumlah bakteri sudah mencapai 32.000 bakteri. Berapakah jumlah bakteri setelah 10 jam?

Alternatif Penyelesaian:

Misalkan x_0 adalah banyaknya bakteri pada waktu $t = 0$.
Jika a adalah banyaknya bakteri setelah pembelahan setiap jam, maka

Untuk $t = 0$, banyak bakteri = x_0;

Untuk $t = 1$, banyak bakteri = $a^1 . x_0$;

Untuk $t = 2$, banyak bakteri = $a^2 . x_0$;

Untuk $t = 3$, banyak bakteri = $a^3 . x_0$;

Untuk $t = 4$, banyak bakteri = $a^4 . x_0$;

dan seterusnya.

Kalian harus mencari nilai a terlebih dahulu untuk mengetahui banyak bakteri yang dihasilkan ketika sebuah bakteri membelah dalam 1 jam. Jika banyak bakteri pada 2 jam pertama adalah x_2 dan banyak bakteri pada 2 jam berikutnya (4 jam kemudian) adalah x_4, maka:

$$\begin{aligned}
\frac{x_4}{x_2} &= \frac{32000}{8000} \\
\frac{a^4 \cdot x_0}{a^2 \cdot x_0} &= \frac{32000}{8000} \\
a^2 &= 4 \\
a &= \sqrt{4} \\
a &= 2
\end{aligned}$$

Jadi, setiap 1 jam bakteri akan membelah menjadi dua bakteri.

Selanjutnya kalian akan mencari banyak bakteri di awal yaitu x_0 Kalian bisa menggunakan persamaan $x_2 = a^2.x_0$ Substitusikan nilai $a = 2$ pada $x_2 = a^2.x_0$

$$\begin{aligned} x_2 &= a^2 \cdot x_0 \\ 8000 &= 2^2 \cdot x_0 \\ 8000 &= 4x_0 \\ \frac{8000}{4} &= x_0 \\ x_0 &= 2000 \end{aligned}$$

Jadi, banyaknya bakteri mula-mula adalah 2.000 bakteri.

Untuk mencari banyak bakteri pada 10 jam kemudian, maka digunakan persamaan $x_{10} = a^{10}.x_0$. substitusikan nilai $a = 2$ dan x_0 = 2.000 pada $x_{10} = a^{10}.x_0$.

$$\begin{aligned} x_{10} &= a^{10} \cdot x_0 \\ x_{10} &= 2^{10} \cdot 2.000 \\ x_{10} &= 1.024 \cdot 2.000 \\ x_{10} &= 2.048.000 \end{aligned}$$

Jadi, banyaknya bakteri setelah 10 jam adalah 2.048.000 bakteri.

Latihan 1.2

Jawablah pertanyaan berikut ini.

1. Bakteri E.coli menyebabkan penyakit diare pada manusia. Seorang peneliti mengamati pertumbuhan 50 bakteri ini pada sepotong makanan dan menemukan bahwa bakteri ini membelah menjadi 2 setiap seperempat jam.
   a. Gambarkan tabel dan grafik yang menunjukkan pertumbuhan bakteri ini dari fase 0 sampai fase 5.
   b. Modelkan fungsi yang menggambarkan pertumbuhan bakteri E.coli setiap seperempat jam.
   c. Prediksi berapa banyaknya bakteri setelah 3 dan 4 jam pertama.
2. Pada tahun 2015 kasus positif HIV-AIDS berjumlah sekitar 36 juta jiwa. Jumlah ini meningkat rata-rata 2% setiap tahun dari tahun 2010 hingga 2015. Jika peningkatan kasus positif HIV di tahun-tahun berikutnya diprediksi bertambah secara eksponen pada peningkatan 2% setiap tahun, berapa banyak kasus yang terjadi pada tahun 2020?

   Sumber: https://pusdatin.kemkes.go.id/ (dengan berbagai penyesuaian)

Hint

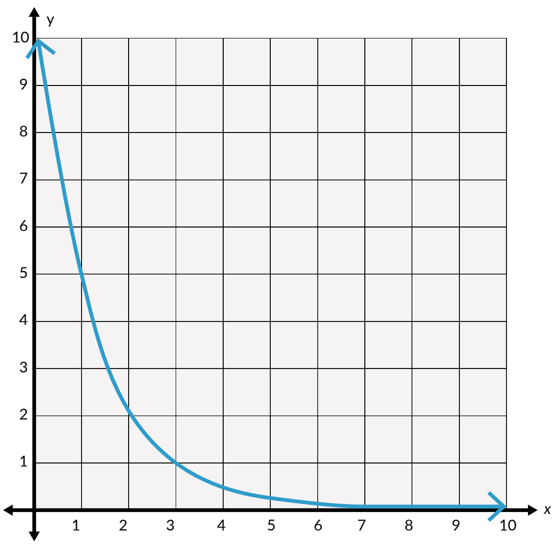
Buatlah tabel dan modelkan fungsi eksponennya seperti contoh sebelumnya.

Ayo Berpikir Kreatif

Berikan sebuah contoh penerapan pertumbuhan eksponen lainnya.

b. Peluruhan Eksponen

Fungsi eksponen tidak hanya menggambarkan pertumbuhan yang signifikan dari waktu ke waktu. Fungsi eksponen juga menggambarkan penurunan secara konsisten pada periode waktu tertentu. Ini disebut peluruhan eksponen. Perhatikan grafik fungsi peluruhan eksponen di bawah ini. Apa perbedaannya dengan grafik pertumbuhan eksponen? Diskusikan dengan teman kalian.



Gambar 1.5 Grafik Fungsi Peluruhan Eksponen

Fungsi peluruhan eksponen dapat dituliskan sebagai

$f(x) = n \times a^x$, dengan $0 < a < 1$, n bilangan real tak nol, x adalah sebarang bilangan real.

Contoh 5

Obat penahan rasa sakit disuntikkan kepada pasien yang mengalami luka berat akibat kecelakaan. Dosis obat yang disuntikkan adalah 50 mikrogram. Satu jam setelah penyuntikan, setengah dosis tersebut akan luruh dan dikeluarkan dari dalam tubuh. Proses tersebut akan terus berulang setiap jam.

1. Berapa banyak dosis obat yang masih tertinggal di dalam tubuh pasien setelah 1 jam, 2 jam, dan 3 jam?
2. Bagaimana model matematika yang dapat menyatakan peluruhan dosis obat tersebut?

Alternatif Penyelesaian:

1. Dosis awal = 50 mikrogram

   Misalkan dosis pada x waktu dilambangkan dengan $f(x)$, maka

   $$f(0) = 50$$
   $$f(1) = \frac{1}{2} \times 50 = 25$$
   $$f(2) = \frac{1}{2} \times 25 = 12,5$$
   $$f(3) = \frac{1}{2} \times 12,5 = 6,25$$

   Jadi, dosis pada 1 jam pertama tersisa 25 mikrogram, pada 2 jam pertama tersisa 12,5 mikrogram, dan setelah 3 jam tersisa 6,25 mikrogram.

2. Berdasarkan bagian a, fungsi eksponen yang dapat menyatakan peluruhan dosis obat tersebut dari dalam tubuh pasien pada jam tertentu adalah $f(x) = 50\left(\frac{1}{2}\right)^x$ dengan x adalah waktu yang dibutuhkan obat tersebut untuk meluruh sebanyak setengah dosis dari dosis sebelumnya.

Ayo Berdiskusi

Diskusikan mengapa fungsi $f(x) = 50\left(\frac{1}{2}\right)^x$ dapat menggambarkan permasalahan di atas.

Ayo Berpikir Kreatif

Prediksilah, berapa jam yang dibutuhkan sehingga dosis obat tersebut masih ada di dalam tubuh pasien kurang dari 0,1 mikrogram.

Latihan 1.3

Jawablah pertanyaan berikut ini.

1. Dua ratus mg zat disuntikkan ke dalam tubuh pasien yang menderita penyakit kanker paru-paru. Zat tersebut akan dikeluarkan dari dalam tubuh melalui ginjal setiap jam. Jika setiap 1 jam 50% zat tersebut dikeluarkan dari dalam tubuh pasien, berapa mg zat tersebut yang masih tersisa di dalam tubuh pasien setelah 5 jam?
2. Massa suatu zat radioaktif adalah 0,3 kg pada pukul 10 pagi. Tingkat peluruhan zat radioaktif tersebut adalah 15 % setiap jam. Berapakah jumlah zat radioaktif tersebut 8 jam kemudian?
3. Sebuah bola basket dijatuhkan dari ketinggian 3 meter. Bola tersebut menyentuh tanah dan kemudian melambung kembali setinggi $\frac{3}{5}$ dari tinggi sebelumnya. Bola tersebut terpantul dan melambung kembali dengan ketinggian yang sama sampai akhirnya benar-benar berhenti melambung dan jatuh ke tanah.
   a. Gambarkan grafik fungsi perubahan ketinggian lambungan bola hingga akhirnya menyentuh tanah.

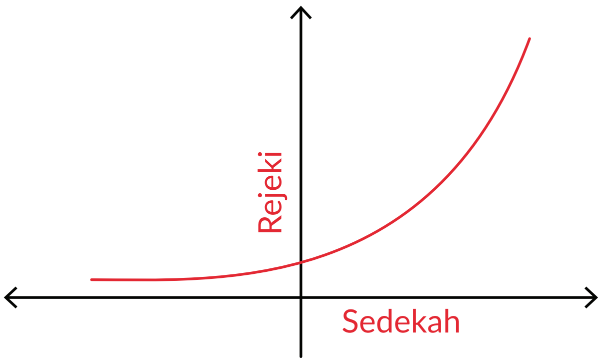
   Hint

   Ambil paling tidak lima lambungan pertama untuk membantu kalian.

   b. Pada lambungan ke berapa, bola akhirnya berhenti melambung?

Penguatan Karakter

Jika kalian perhatikan, makna pertumbuhan eksponen juga bisa kalian temui dalam kehidupan sehari-hari. Coba kalian perhatikan grafik di bawah ini. Semakin banyak kalian berbagi kepada orang lain yang membutuhkan, maka akan semakin banyak rezeki yang akan Tuhan berikan dalam kehidupan kalian.



Gambar 1.6 Grafik Hubungan Sedekah dan Rezeki

Apakah kalian bisa menyebutkan makna lain dari perubahan eksponen yang bisa kalian temukan dalam kehidupan sehari-hari?

4. Bentuk Akar

a. Hubungan Bilangan Pangkat dan Akar

Perhatikan kembali Contoh 5 sebelumnya. Fungsi eksponen yang menyatakan peluruhan dosis obat di dalam tubuh pasien dituliskan dalam fungsi $f(x) = 50(0{,}5)^x$ dengan x adalah waktu yang dibutuhkan obat tersebut untuk meluruh sebanyak setengah dosis dari dosis sebelumnya. Jika kalian ingin mengetahui banyaknya dosis yang meluruh setelah 30 menit, bagaimana cara yang kalian lakukan?

Fungsi untuk permasalahan tersebut adalah $f(x) = 50(0{,}5)^x$

Setelah 30 menit, banyak dosis obat yang meluruh adalah $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 50\,(0,5)^{\frac{1}{2}}$

Akan mudah bagi kalian untuk menentukan hasil penghitungan dengan pangkat bilangan bulat positif. Sementara bentuk $(0,5)^{\frac{1}{2}}$ tentu menyulitkan untuk menentukan hasil perpangkatannya dengan penghitungan manual.

Bentuk lain dari $(0,5)^{\frac{1}{2}}$ adalah $\sqrt{0,5}$. Bentuk ini disebut bentuk akar. Bentuk akar didefinisikan sebagai berikut.

Untuk setiap bilangan pangkat rasional $\frac{m}{n}$, di mana m dan n adalah bilangan bulat dan $n>0$, didefinisikan

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m \text{ atau } a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Contoh 6

Sederhanakanlah bentuk $\left(2\sqrt{x}\right)\left(3\sqrt[3]{x}\right)$ untuk $x > 0$

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\left(2\sqrt{x}\right)\left(3\sqrt[3]{x}\right) &= \left(2x^{\frac{1}{2}}\right)\left(3x^{\frac{1}{3}}\right)\\ &= 2 \cdot 3 \cdot x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}\\ &= 6x^{\frac{3+2}{6}}\\ &= 6x^{\frac{5}{6}}\end{aligned}$$

Ayo Berpikir Kreatif

Apakah bentuk $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ benar? Jelaskan jawabanmu.

b. Merasionalkan Bentuk Akar

Untuk merasionalkan bentuk akar, maka yang dapat dilakukan adalah dengan mengalikannya dengan bentuk akar sekawannya.

Untuk merasionalkan bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$ dilakukan dengan cara mengalikan dengan sekawannya yaitu $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$, sehingga diperoleh:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b}\sqrt{b}$$

Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}, \frac{c}{a+\sqrt{b}}, \frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$, dan $\frac{c}{a-\sqrt{b}}$ dilakukan dengan mengalikannya dengan sekawannya. Bentuk $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ dan $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ adalah sekawan, serta bentuk $a+\sqrt{b}$ dan $a-\sqrt{b}$ juga sekawan.

Ayo Berpikir Kreatif

Coba rasionalkan bentuk-bentuk ini: $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$, $\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$, $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$, dan $\frac{c}{a-\sqrt{b}}$

Ayo Berdiskusi

Diskusikan cara yang kamu gunakan.

Latihan 1.4

1. Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

   a. $\left(\frac{8x^5y^{-4}}{16y^{-\frac{1}{4}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ b. $\left(5\sqrt{x^5}\right)\left(3\sqrt[3]{x}\right)$ c. $\left(\frac{p^5q^{-10}}{p^5q^{-4}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{p^{\frac{1}{4}}q^{-\frac{1}{2}}}{p^{-\frac{1}{2}}q^{-\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$

2. Rasionalkan bentuk berikut ini.

   a. $\frac{2}{\sqrt[4]{b^3}}$ b. $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ c. $\frac{m}{\sqrt{m}+n}$

Ayo Berefleksi

Pada subbab ini kalian telah belajar mengenai bilangan eksponen, fungsi eksponen, dan bentuk akar.

1. Apa itu bilangan eksponen?
2. Seperti apa bentuk fungsi eksponen?
3. Apa yang membedakan fungsi pertumbuhan eksponen dan peluruhan eksponen?

Ayo Berpikir Kreatif

Coba berikan contoh penerapan fungsi eksponen lainnya yang ada dalam kehidupan sehari-hari selain dari yang sudah dibahas pada subbab ini.

B. Logaritma

Ayo Mengingat Kembali

1. Jika a adalah bilangan real dan n adalah bilangan bulat positif, maka a^n menyatakan hasil kali bilangan a sebanyak n faktor dan ditulis dengan
$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ faktor}}$$
2. Perhatikan kembali sifat-sifat yang berlaku pada eksponen.

Eksplorasi 1.4 Logaritma

Ayo Bereksplorasi

Sebuah koloni bakteri terdiri atas 2.000 bakteri yang akan membelah diri menjadi dua setiap 1 jam. Pertumbuhan bakteri tersebut mengikuti bentuk fungsi eksponen

$f(x) = 2.000(2^x)$

1. Berapa lama waktu yang dibutuhkan sehingga koloni bakteri tersebut berjumlah 64.000 bakteri?
2. Berapa lama waktu yang dibutuhkan sehingga koloni bakteri tersebut mencapai 100.000 bakteri?

Pada Eksplorasi 1.4, untuk menentukan waktu yang dibutuhkan koloni bakteri sampai berjumlah 64.000 bakteri tentu masih mudah.

Perhatikan tabel berikut ini.

Tabel 1.3 Pertumbuhan Koloni Bakteri

Waktu (x)	0	1	2	3	4	5	6
Banyak bakteri	2.000	4.000	8.000	....	....	....	....

Selanjutnya bagaimana menentukan waktu yang dibutuhkan sehingga terdapat 100.000 bakteri?

Setelah memasukkan berbagai nilai x, ternyata waktu yang dibutuhkan bukan berupa bilangan bulat.

Waktu yang terdekat adalah
$x =$ 5 di mana banyak bakteri adalah $f(5) = 2.000\left(2^5\right) = 64.000$

$x =$ 6 di mana banyak bakteri adalah $f(6) = 2.000\left(2^6\right) = 128.000$

Dengan demikian, 100.000 bakteri akan muncul antara 5 sampai 6 jam. Atau dengan kata lain, kalian harus menemukan nilai x sehingga berlaku $100.000 = 2.000\ (2^x)$

Jika nilai $x = 5{,}5$ disubstitusi pada fungsi tersebut, maka diperoleh
$f(5,5) = 2.000\left(2^{5,5}\right)$

$f(5,5) = 2.000\,(45,25)$

$f(5{,}5) = 90.509$

Dalam waktu 5,5 jam sudah terdapat sekitar 90.509 bakteri di koloni tersebut. Dengan demikian, waktu yang dibutuhkan hingga mencapai 100.000 bakteri lebih dari 5,5 jam.

Kegiatan mencoba-coba dapat terus kita lakukan sampai menemukan waktu yang paling tepat. Akan tetapi, tentu hal tersebut menjadi tidak efisien.

Untuk menentukan waktu hingga bakteri berjumlah 100.000, kalian memiliki

$$100.000 = 2.000\,(2^x)$$

$$50 = 2^x \qquad \text{kedua ruas dibagi dengan 2.000}$$

Dengan kata lain untuk mendapatkan nilai x kalian mencari nilai perpangkatan dua yang hasilnya adalah 50.

Untuk memudahkan perhitungan semacam itu, para matematikawan menemukan sebuah konsep yang membuat perhitungan tersebut menjadi lebih efisien yang disebut dengan *logaritma*. Selanjutnya $50 = 2^x$ ditulis dengan $x = {}^2\log 50$.

Dahulu para matematikawan pada awalnya menyusun logaritma yang akan memudahkan mereka untuk menentukan nilai suatu logaritma. Sekarang ini kalian bisa menggunakan kalkulator saintifik untuk menentukan nilai logaritma. Logaritma biasanya ditulis dengan *log*.

1. Definisi Logaritma

Misalkan a adalah bilangan positif dengan $0 < a < 1$ atau $a > 1, b > 0,$

$${}^{a}\log b = c \text{ jika dan hanya jika } b = a^{c}$$

Di mana,

a adalah bilangan pokok atau basis logaritma

b adalah numerus

c adalah hasil logaritma

Jadi, antara eksponen dan logaritma saling terkait. Logaritma adalah inversi atau kebalikan dari eksponen. Perhatikan tabel di bawah ini.

Tabel 1.4 Contoh Bentuk Eksponen dan Bentuk Logaritma

Bentuk Eksponen	Bentuk Logaritma
$2^5 = 32$	${}^{2}\log 32 = 5$
$3^2 = 9$	${}^{3}\log 9 = 2$
$5^{-2} = \frac{1}{25}$	${}^{5}\log \frac{1}{25} = -2$
$7^0 = 1$	${}^{7}\log 1 = 0$

Bentuk logaritma yang juga perlu kalian ketahui adalah logaritma dengan basis 10 yang biasa disebut dengan Logaritma Umum. Bentuk logaritma umum ini biasanya juga dapat kalian tulis dengan menghilangkan basis logaritmanya. Bentuk logaritma umum didefinisikan sebagai berikut.

Definisi Logaritma Umum

Logaritma yang memiliki basis 10 disebut dengan logaritma umum dan dituliskan sebagai berikut:

$${}^{10}\log a = \log a$$

2. Sifat-sifat Logaritma

Seperti halnya eksponen, logaritma juga memiliki sifat-sifat yang penting untuk kalian ketahui. Sifat-sifat logaritma yang perlu kalian ketahui adalah sebagai berikut.

Misalkan $a > 0$ dan $a \neq 1, b > 0, c > 0, m > 0, m \neq 1,$ di mana a, b, c, m, n adalah bilangan Real, maka berlaku:

1. ${}^{a}\log a = 1$
2. ${}^{a}\log 1 = 0$
3. ${}^{a}\log a^{n} = n$
4. ${}^{a}\log (b \times c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c$
5. ${}^{a}\log \left(\dfrac{b}{c}\right) = {}^{a}\log b - {}^{a}\log c$
6. ${}^{a}\log b^{n} = n\,{}^{a}\log b$
7. ${}^{a}\log b = \dfrac{{}^{m}\log b}{{}^{m}\log a} = \dfrac{1}{{}^{b}\log a}$
8. ${}^{a}\log b \times {}^{b}\log c = {}^{a}\log c$

Contoh 7

Buktikan sifat logaritma ${}^{a}\log (b \times c) = {}^{a}\log\ b + {}^{a}\log\ c$

Alternatif Pembuktian:

Misalkan ${}^{a}\log b = m$ dan ${}^{a}\log c = n$.
Kalian dapat menuliskan bentuk eksponennya sebagai berikut:
$b = a^{m}$ dan $c = a^{n}$
Ingat kembali sifat eksponen $a^{m}.a^{n} = a^{m+n}$

$$a^{m} \cdot a^{n} = a^{m+n}$$
$$b \cdot c = a^{m+n}$$

${}^{a}\log (bc) = m + n$ — Definisi Logaritma

$= {}^{a}\log b + {}^{a}\log c$ — ingat kembali ${}^{a}\log b = m$ dan ${}^{a}\log c = n$.

Ayo Mencoba

Coba buktikan ${}^{a}\log (b \times c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c$ dengan cara yang lain.

Ayo Berdiskusi

Bagaimana membuktikan sifat-sifat logaritma yang lainnya? Coba diskusikan dengan teman kalian

Contoh 8

Sederhanakanlah bentuk logaritma berikut ini: ${}^{2}\log 16 + {}^{2}\log 8$

Alternatif Penyelesaian:

$$
\begin{aligned}
{}^{2}\log 16 + {}^{2}\log 8 &= {}^{2}\log (16 \times 8) \\
&= {}^{2}\log 128 \\
&= {}^{2}\log 2^{7} \\
&= 7 \cdot {}^{2}\log 2 \\
&= 7 \cdot 1 \\
&= 7
\end{aligned}
$$

Contoh 9

Arif menabung uangnya di bank sebesar Rp3.000.000,00 dan mendapatkan bunga sebesar 5% per tahun. Berapa lama Arif harus menyimpan uang di bank agar tabungannya tersebut menjadi tiga kali lipat dari tabungan awal?

Alternatif Penyelesaian:

Dimisalkan
M_0 = modal awal
M_t = modal setelah menabung selama t tahun.
i = bunga per tahun

Tabungan awal (M_0) Arif adalah Rp3.000.000,00
Tabungan setelah t tahun (M_t) = Rp9.000.000,00

Dengan mengeksplorasi tabungan awal dan bunga yang diperoleh Arif, kalian bisa menentukan rumus tabungan Arif setelah t tahun. Untuk menentukan total tabungan Arif setelah tahun t, diperoleh rumus penambahan uangnya sebagai $M_t = 3.000.000\ (1 + 0{,}05)^t$

Jika Arif menginginkan tabungan akhirnya menjadi 3 kali lipat, maka berlaku:

$9.000.000 = 3.000.000(1 + 0{,}05)^t$

Ayo Berpikir Kreatif

Bagaimana menentukan $M_t = 3.000.000(1{+}0{,}05)^t$?

Dengan menggunakan sifat-sifat logaritma, kalian bisa menentukan waktu yang dibutuhkan agar tabungan Arif menjadi 3 kali lipat.

$$9.000.000 = 3.000.000(1 + 0{,}05)^t$$

$$\frac{9.000.000}{3.000.000} = (1 + 0,05)^t$$

$$3 = (1 + 0,05)^t$$

$$\log 3 = \log\,(1 + 0,05)^t$$

Problem Solving Tips

${}^a\log b^n = n \cdot {}^a\log b$

$$\log 3 = \log 1,05^t$$

$$\log 3 = t \cdot \log 1,05$$

$$t = \frac{\log 3}{\log 1,05}$$

Problem Solving Tips

Gunakan kalkulator atau tabel log

$$t = \frac{0,4771}{0,0212}$$

$$t = 22,5$$

Jadi, Arif membutuhkan waktu 22,5 tahun agar tabungannya menjadi 3 kali lipat.

Latihan 1.5

1. Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

   a. ${}^9\log 81$ b. ${}^2\log 64 - {}^2\log 16$ c. ${}^4\log 16^{10}$

2. Jika ${}^5\log 4 = m$, ${}^4\log 3 = n$, nyatakan ${}^{12}\log 100$ dalam m dan n.
3. Penduduk kota A pada tahun 2010 sebanyak 300.000 jiwa. Pertumbuhan penduduk kota A rata-rata per tahun adalah 6%. Jika diasumsikan

pertumbuhan penduduk setiap tahun sama, dalam berapa tahun penduduk kota A menjadi 1 juta jiwa?

4. Berapa waktu yang dibutuhkan sehingga uang Dini yang tadinya Rp2.000.000,00 dapat menjadi Rp6.500.000,00 jika dia menabung di suatu bank yang memberinya bunga sebesar 12%?

Ayo Berefleksi

Pada subbab ini kalian telah belajar mengenai logaritma

1. Apa itu logaritma?
2. Apa saja sifat-sifat logaritma?
3. Bagaimana hubungan antara eksponen dan logaritma?
4. Masalah sehari-hari apa saja yang dapat diselesaikan dengan logaritma?

Latihan 1.6

Soal Pemahaman

1. Selesaikanlah:

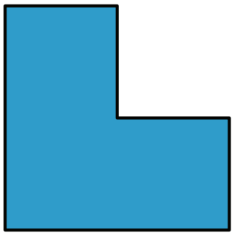
   a. $\left(\dfrac{3a^{-2}b}{a^2b^5c^{-1}}\right)^{-3}$

   b. $\sqrt[3]{\dfrac{24x^2y^5}{3x^5y^{11}}}$

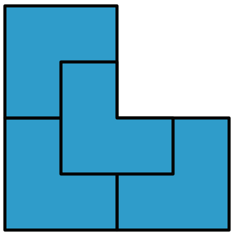
2. Jika ${}^a\log b = 2$, ${}^c\log b = 3$ nilai dari $\left({}^a\log\,(bc)^3\right)^{\frac{1}{2}}$ adalah....
3. Alma menabung di bank sebesar Rp500.000,00 pada awal tahun. Setiap tahun Alma mendapat bunga 8% setahun.
   a. Buatlah tabel yang menunjukkan banyaknya tabungan Alma setiap tahun dalam 5 tahun terakhir.
   b. Berapa jumlah uang yang dimiliki Alma setelah 10 tahun menabung?
   c. Berapa tahun yang dibutuhkan Alma sehingga tabungannya dapat mencapai Rp5.000.000,00?

Soal Aplikasi

4. Sebuah bangun berbentuk seperti di bawah ini. Bangun tersebut kemudian dibagi menjadi 4 bangun yang kongruen.



Tahap 0



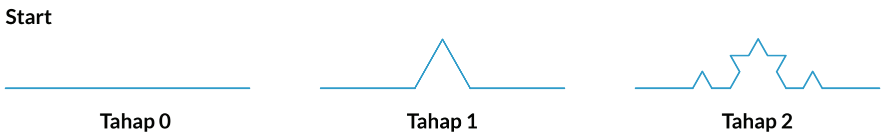
Tahap 1

a. Buatlah tabel yang merepresentasikan banyaknya bangun yang kongruen di setiap tahap.

b. Bagaimana model matematika yang tepat untuk menggambarkan permasalahan di atas?

c. Pada tahap ke-12, berapa banyak bangun kongruen yang dapat dibuat?

5. Sita menyusun sebuah fraktal seperti gambar di bawah ini.



Sita membuat sebuah pola tertentu sehingga setiap tahap jumlah segmen garis yang dihasilkan semakin banyak walaupun dengan ukuran yang lebih kecil. Sita terus melanjutkan fraktal tersebut dengan menghasilkan lebih banyak segmen garis pada tahap-tahap selanjutnya dengan pola yang sama.

a. Buatlah sebuah tabel yang menunjukkan peningkatan jumlah segmen garis pada fraktal yang dibuat oleh Sita.

b. Berapa banyak segmen garis yang dihasilkan setelah 20 tahap pertama?

6. Rini mengamati bahwa penjualan tas kulit yang diproduksinya mendapatkan hasil penjualan terbesar pada bulan pertama produk tersebut diperjualbelikan. Setelah Rini amati, penjualan tas miliknya pada bulan kedua sebesar $\frac{3}{4}$ dari penjualan tas pada bulan pertama. Demikian pula pada bulan ketiga, penjualan tas hanya $\frac{3}{4}$ dari bulan kedua. Hal tersebut ternyata berlangsung sampai beberapa bulan kemudian.

a. Jika Rini menjual 500 buah tas kulit pada bulan pertama, berapa banyak tas yang terjual pada bulan kedua dan ketiga?

b. Berapa prediksi penjualan pada bulan ke-10?

c. Pada bulan ke berapakah prediksi penjualan akan kurang dari 10 tas saja?

7. Magnitudo atau besar gempa bumi dengan intensitas I biasanya dinyatakan dalam Skala Richter dengan rumus:

   Di mana I adalah intensitas gempa tersebut dan I_0 adalah intensitas gempa yang tidak terasa atau boleh dikatakan 0.

$$M = \log \frac{I}{I_0}$$

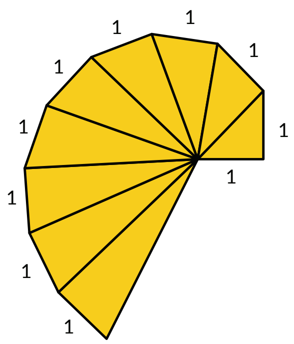
   Gempa Mamuju yang terjadi pada awal tahun 2021 memiliki intensitas gempa hingga $5.011.872 I_0$.

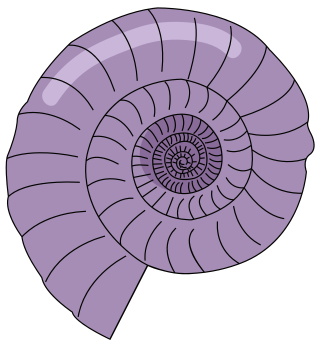
   a. Berapakah magnitudo gempa tersebut dalam Skala Richter?
   b. Gempa susulan masih sering terjadi di Mamuju setelah gempa besar tersebut. Jika gempa susulan terjadi dengan magnitudo 5,9 SR, berapakah intensitas gempa tersebut?

Soal Penalaran

8. Cangkang kerang merupakan salah satu contoh bentuk matematika yang ada di alam.

   Perhatikan cangkang kerang berikut ini. Setiap ruang cangkang memiliki bentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi luarnya adalah 1 cm. Bagaimana panjang hipotenusa pada ruang cangkang ke-n?





9. Tanpa perlu menentukan hasil perpangkatannya, berapakah bilangan satuan dari 7^{123}?

Hint

Perhatikan pola bilangan satuan pada hasil setiap perpangkatannya.

10. Sebuah filter cahaya masih dapat ditembus oleh cahaya sebesar 60%. Berapa banyak filter cahaya yang dibutuhkan agar intensitas cahayanya menjadi kurang dari 5% dari intensitas cahaya di awal?

Refleksi

Dalam bab ini kalian sudah belajar tentang eksponen dan logaritma serta bagaimana hubungan antara eksponen dan logaritma.

1. Apa itu eksponen dan logaritma?
2. Apa perbedaan dari fungsi pertumbuhan eksponensial dan fungsi penurunan eksponensial? Berikan masing-masing satu contoh.
3. Apa hubungan antara eksponen dan logaritma?
4. Berikan 1 contoh penerapan logaritma dalam kehidupan sehari-hari.

Uji Kompetensi

1. Selesaikanlah
   a. $\left(\dfrac{x^{-5}y^{4}}{xy^{3}}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{x^{7}y^{-3}}{x^{-4}y^{6}}\right)^{-\frac{1}{2}}, x \neq 0,\ y \neq 0$
   b. $\dfrac{\left(m^{10}n^{-2}\right)^{3}\left(m^{5}n^{-5}\right)^{3}}{mn}, m \neq 0,\ n \neq 0$
   c. $\dfrac{p+q}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}, p \neq 0,\ q \neq 0$
   d. $\log\left(\dfrac{t+6}{36-t^{2}}\right)$
2. Sebuah koloni bakteri terdiri atas 500 bakteri yang akan membelah diri menjadi dua setiap 1 jam.
   a. Tentukan fungsi yang menyatakan hubungan antara banyak bakteri setelah jam tertentu.
   b. Berapa lama waktu yang dibutuhkan sehingga koloni bakteri tersebut berjumlah 5.000 bakteri?
   c. Berapa lama waktu yang dibutuhkan sehingga koloni bakteri tersebut mencapai 100.000 bakteri?

3. Sebuah bola basket dijatuhkan dari ketinggian 5 meter. Bola tersebut menyentuh tanah dan kemudian melambung kembali setinggi $\frac{3}{4}$ dari tinggi sebelumnya. Bola tersebut terpantul dan melambung kembali dengan ketinggian yang sama sampai akhirnya bola benar-benar berhenti melambung dan jatuh ke tanah.
    a. Berapa ketinggian bola tersebut pada lambungan ke-5?
    b. Pada lambungan ke berapa, bola akhirnya berhenti melambung?
4. Dina menabung uang di bank sebesar Rp2.500.000,00 dan mendapatkan bunga sebesar 10% per tahun.
    a. Berapa banyak tabungan Dina pada 5 tahun pertama?
    b. Berapa lama Dina harus menyimpan uang di bank agar tabungannya tersebut menjadi dua kali lipat dari tabungan awalnya?