

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi  
Republik Indonesia, 2021

**Matematika untuk SMA/SMK Kelas X**

Penulis: Dicky Susanto, dkk

ISBN: 978-602-244-526-5

**Bab**

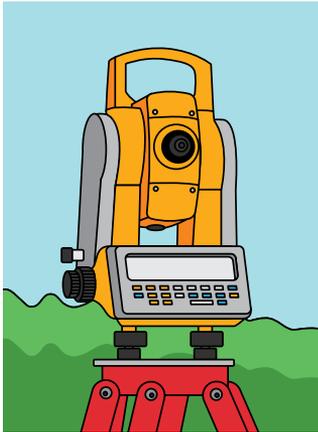
**4**

# Perbandingan Trigonometri

## Pengalaman Belajar

Setelah mempelajari bab ini, kalian diharapkan dapat:

1. Menamai sisi segitiga dengan tepat sesuai dengan sudut segitiganya.
2. Menerapkan perbandingan trigonometri untuk mencari panjang sisi segitiga yang tidak diketahui.
3. Membuktikan sinus dan cosinus dari suatu sudut pada segitiga siku-siku berupa rasio, bukan nilai tetap.
4. Memberikan penjelasan mengapa nilai dari perbandingan trigonometri suatu sudut bisa selalu sama dan dapat dihitung dengan kalkulator.
5. Memberikan bukti sinus dan cosinus sudut komplementer adalah sama besarnya.
6. Mencari solusi permasalahan sehari-hari dengan menerapkan perbandingan trigonometri ( $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$ ).



**Gambar 4.1** Theodolit



**Gambar 4.2** Menggunakan Theodolit

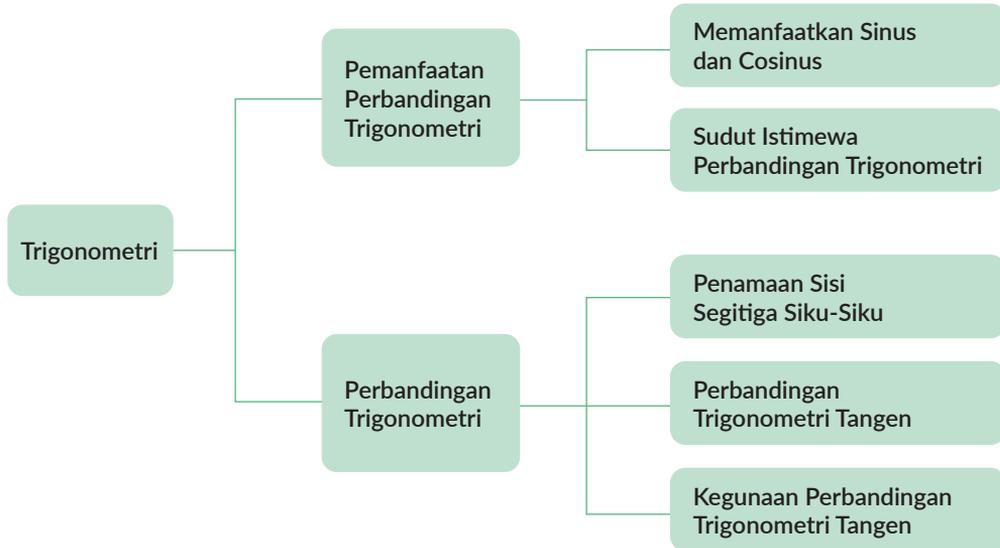
*Suwichan/pixaby.com*

Alat pada Gambar 4.1 bernama Theodolit dan merupakan salah satu alat utama yang digunakan oleh pengukur tanah. Dengan alat ini, pengukur tanah dapat mencari tingkat kelandaian jalanan, tinggi sebuah tiang, dan bahkan tinggi gedung pencakar langit! Penggunaan Theodolit ini dalam kehidupan sehari-hari memanfaatkan penerapan konsep perbandingan trigonometri.

Trigonometri adalah studi pola bermakna mengenai hubungan antara sudut dan sisi segitiga. Trigonometri berasal dari kata Yunani *trigono*, yang berarti segitiga, dan *metri*, yang berarti pengukuran. Pada bab 4, kalian akan mempelajari jenis-jenis perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku dan menyelesaikan permasalahan matematika dalam kehidupan sehari-hari menggunakan prinsip perbandingan trigonometri.

Kata Kunci	Pertanyaan Pemantik
<p>Perbandingan trigonometri, nilai perbandingan/ nilai rasio, sisi miring (hipotenusa), sisi depan, sisi samping, sinus, cosinus, tangen, <math>\theta</math> (theta).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apa hubungan antara sisi dan sudut pada segitiga siku-siku?</li> <li>• Apakah perbandingan trigonometri berlaku pada segala jenis segitiga?</li> <li>• Mengapa perbandingan trigonometri berguna?</li> <li>• Permasalahan sehari-hari apa yang dapat dan tidak dapat dipecahkan dengan perbandingan trigonometri?</li> </ul>

# Peta Konsep

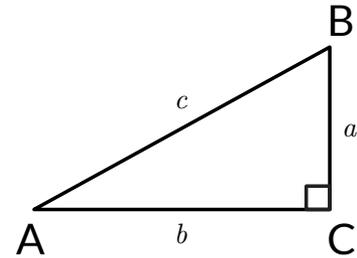


## Ayo Mengingat Kembali

Untuk siap mempelajari perbandingan trigonometri, **kalian perlu mengingat teorema Pythagoras yang berlaku pada segitiga siku-siku.**

Pada segitiga siku-siku berlaku persamaan berikut:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



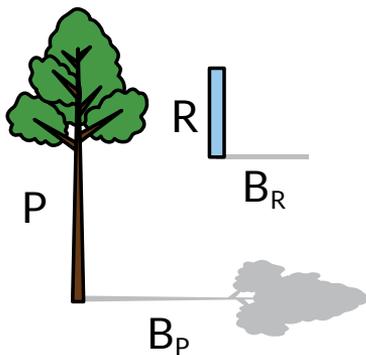
Gambar 4.3 Teorema Pythagoras

**Kalian juga perlu mengingat mengenai rasio (perbandingan).**

Apa itu rasio atau nilai perbandingan?

Rasio adalah nilai/bilangan yang menjelaskan keterkaitan antara dua hal.

Misalnya diketahui nilai perbandingan tinggi penggaris dengan pohon adalah 1/100. Jika tinggi penggaris 3 cm dan tinggi bayangan 6 cm, kita bisa mengambil kesimpulan bahwa tinggi pohon adalah 300 cm dan tinggi bayangan pohon adalah 600 cm.



Gambar 4.4

Pohon dan Penggaris

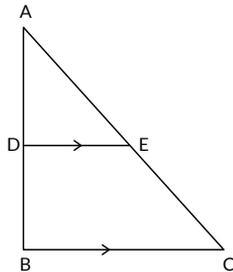
**Yang terakhir, kalian juga perlu mengingat konsep kesebangunan segitiga.** Konsep ini juga mempunyai hubungan dekat dengan konsep rasio perbandingan.

Dua segitiga dapat memenuhi syarat kesebangun jika:

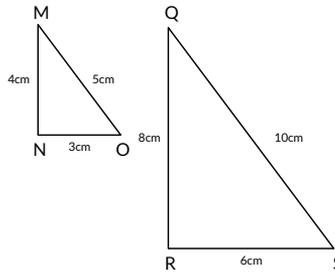
- Ketiga sudut pada segitiga sama besarnya atau
- Ketiga sisi segitiga sebanding (mempunyai nilai rasio yang sama)

Segitiga ADE dan segitiga ABC adalah dua segitiga yang sebangun.

Segitiga MNO dan segitiga QRS juga merupakan contoh segitiga sebangun.



**Gambar 4.5**  
Segitiga Sebangun 1



**Gambar 4.6**  
Segitiga Sebangun 2



### Ayo Berdiskusi

Mengapa segitiga-segitiga pada Gambar 4.5 dan 4.6 dikatakan sebangun?

## A. Perbandingan Trigonometri

Panjang garis keliling bumi adalah 40,030 km. Tahukah kalian kalau 2.000 tahun yang lalu seorang matematikawan telah menemukan perkiraan bilangan yang sama? Tonton video dengan memindai QR *code*-nya dan lihat aksi nyata manfaat perbandingan trigonometri. Kalian bisa menyetel fungsi terjemah otomatis dari YouTube jika dirasa perlu.

Pindai QR code berikut untuk menonton video.



Bayangan dan perbandingan sudut bayangan telah terbukti bermanfaat dalam kisah Eratosthenes yang kalian tonton. Ayo sekarang kalian lakukan kegiatan eksplorasi dengan perbandingan bayangan.

Pindai QR code berikut untuk membaca ringkasan terjemahan video mengenai Eratosthenes.

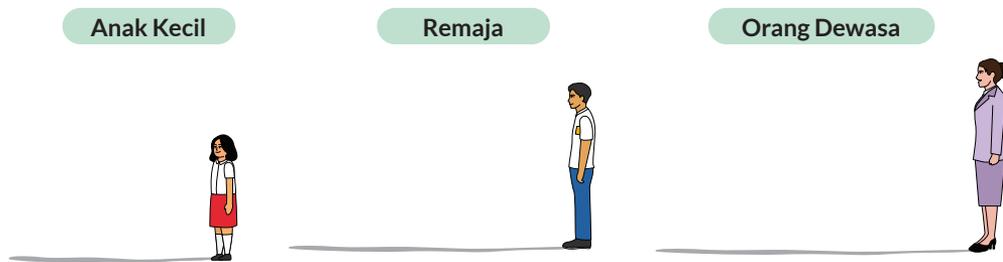


### Eksplorasi 4.1



#### Ayo Bereksplorasi

Gambar 4.7 menunjukkan tiga orang yang mempunyai tinggi berbeda-beda sedang berdiri pada posisi yang sama membelakangi sumber cahaya. Setiap orang membentuk bayangan dengan panjang yang berbeda-beda. Yang lebih tinggi akan menghasilkan bayangan yang lebih panjang.



Gambar 4.7 Bayangan Tiga Orang



#### Ayo Mencoba

Kalian bisa melakukan kegiatan berikut dengan mengumpulkan data bayangan dan tinggi badan tiga orang yang berbeda secara mandiri. Pastikan kalian punya waktu yang cukup untuk melakukan percobaan mandiri ini.

- Gunakan penggaris dan ukur tinggi badan dan bayangan anak kecil, remaja, dan orang dewasa pada Gambar 4.7.

	Anak kecil	Remaja	Orang dewasa
Tinggi badan	_____ cm	_____ cm	_____ cm
Tinggi bayangan	_____ cm	_____ cm	_____ cm

2. Cari nilai perbandingan tinggi badan dan bayangan setiap orangnya. Sebelum melakukan penghitungan matematikanya, coba pikirkan apakah nilai perbandingannya akan sama atau berbeda?

Nilai perbandingan tinggi badan dan bayangan		
Anak kecil	Remaja	Orang dewasa



Nilai perbandingan ditemukan dengan membagi tinggi badan dengan tinggi bayangan.

Apakah yang kalian temukan? Menurutmu, mengapa bisa demikian?

3. Tarik garis dari ujung kepala setiap orangnya ke ujung kepala bayangannya.
4. Gunakan busurmu dan ukur sudut yang terbentuk antara bayangan dan garis miring yang kalian tarik pada langkah 3.

Apakah yang kalian temukan? Menurutmu, mengapa bisa demikian?

	Anak kecil	Remaja	Orang dewasa
Besaran Sudut			

5. Jika kalian mengetahui tinggi anak kecil, apakah tinggi orang dewasa dapat dicari?



### Ayo Berdiskusi & Bekerja Sama

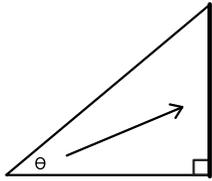
Diskusikanlah jawaban diskusi dan pastikan setiap dari kalian menjelaskan pemikiran kalian untuk bekerja sama mencari jawaban yang tepat.

## 1. Penamaan Sisi Segitiga Siku-siku

Prinsip nilai perbandingan yang digunakan untuk mencari tinggi orang dewasa dapat diterapkan untuk mencari tinggi sebuah gedung pencakar langit maupun tinggi gunung. Perbandingan trigonometri secara sederhana adalah perbandingan nilai segitiga siku-siku yang istimewa dan berguna. Ketiga garis dalam segitiga siku-siku mempunyai nama tertentu.

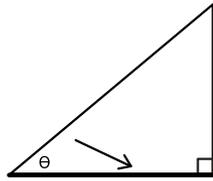
Tiga nama untuk setiap sisi segitiga adalah:

**1. Sisi Depan**



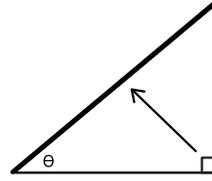
**Gambar 4.8** Sisi Depan  
Definisi: sisi yang berada tepat di seberang sudut  $\theta$ .

**2. Sisi Samping**



**Gambar 4.9** Sisi Samping  
Definisi: sisi yang berada di samping sudut  $\theta$ .

**3. Sisi miring (hipotenusa)**

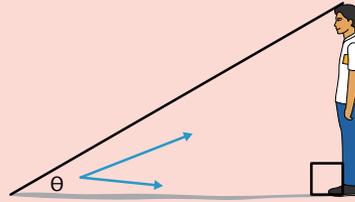


**Gambar 4.10** Sisi Miring  
Definisi: sisi yang berada di seberang sudut siku-siku.



**Ayo Berpikir Kritis**

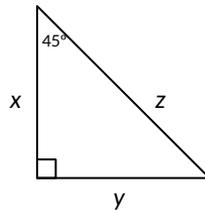
Menggunakan contoh di kegiatan eksplorasi, yang mana sisi depan, sisi samping, dan sisi miring segitiganya?



**Gambar 4.11** Contoh Bayangan

**Latihan 4.1**

1. Tentukan nama yang tepat untuk setiap sisi segitiga siku-siku pada Gambar 4.12!



**Gambar 4.12**  
Segitiga dengan Sisi XYZ

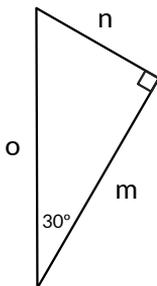
2. Putri menamakan sisi segitiga sebagai berikut:

Sisi depan adalah sisi m.

Sisi samping adalah sisi n.

Sisi miring (hipotenusa) adalah sisi o.

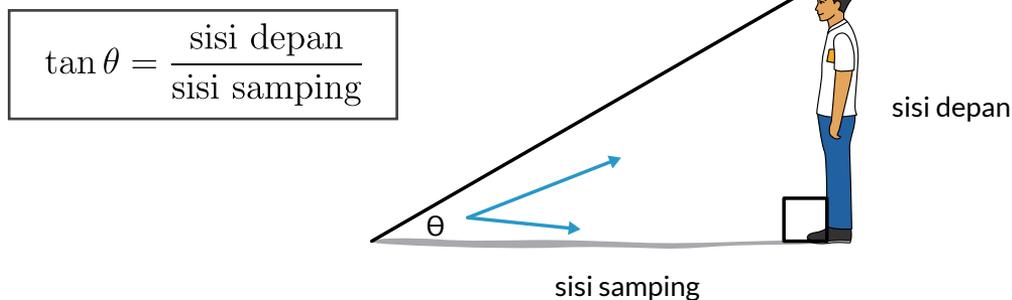
Coba tuliskan anjuran untuk Putri memperbaiki pemahamannya! Dalam anjuran kalian, pastikan ada penjelasan alasannya.



## 2. Satu Jenis Perbandingan Trigonometri: Tan $\theta$

Pada kegiatan eksplorasi, kalian sudah mencari nilai perbandingan tinggi badan dan bayangan setiap orangnya. Ditemukan bahwa nilai perbandingannya sama (yaitu sekitar 0,57) dan sudut yang terbentuk juga sama ( $30^\circ$ ).

Nilai perbandingan ini mempunyai nama khusus, yaitu **tangen (disingkat tan)**. Tan suatu sudut dapat ditemukan dengan membagi panjang sisi depan dan sisi samping segitiga.



Gambar 4.13 Tangen di Segitiga

Catatan: ada dua jenis perbandingan trigonometri lainnya, yaitu sinus dan cosinus. Kalian akan mempelajarinya lebih dalam di subbab 2.

Pada contoh yang kalian kerjakan,  $\tan 30^\circ = 0,57$ .

**Hasil nilai  $\tan 30^\circ$  adalah nilai perbandingan.**



### Ayo Mengingat Kembali

Nilai perbandingan (rasio) adalah nilai yang didapat dari hubungan proporsi dengan hal lainnya/nilai keterkaitan antar dua hal.

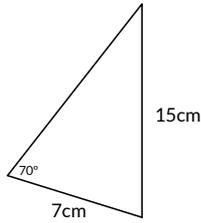


### Ayo Berpikir Kreatif

Nilai perbandingan apa lagi yang berguna dalam kehidupan sehari-hari kalian? (Misalnya ketika memasak)

## Latihan 4.2

1.



Apakah kalian dapat mencari nilai perbandingan  $\tan 70^\circ$ ?  
Jelaskan Mengapa!

2. Bagilah tugas dengan teman sekelasmu untuk membuat 3 segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya sebesar  $40^\circ$ . Pastikan ukuran ketiga segitiga tersebut berbeda-beda. Tandai sudut siku-siku dan sudut  $40^\circ$  serta nama setiap sisinya.



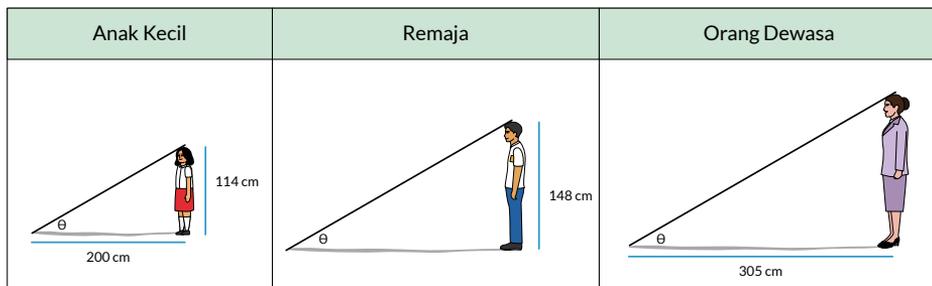
### Ayo Bekerja Sama

Jika ada lebih dari 3 orang di kelompokmu, berikan tugas umum kepada anggota keempat seperti “pemeriksa akhir” yang bertugas memeriksa ketepatan hasil gambar segitiga.

3. Carilah nilai perbandingan sisi depan dan sisi samping sudut  $40^\circ$  menggunakan salah satu segitiga yang sudah dibuat.
4. Carilah nilai  $\tan 40^\circ$  menggunakan salah satu segitiga yang sudah dibuat.
5. Diskusikan dengan teman sekelasmu: Apakah jawaban nomor 2 dan 3 setiap dari kalian sama? Apakah nilai  $\tan 40^\circ$  berupa nilai perbandingan? Jelaskan alasanmu!

## 3. Kegunaan Perbandingan Trigonometri $\tan \theta$

Dengan mengetahui nilai perbandingan tinggi anak kecil dan bayangannya ( $\tan \theta$ ), kalian dapat mencari panjang bayangan anak remaja dan tinggi orang dewasa yang sebenarnya.



Gambar 4.14 Segitiga-Segitiga Sebangun dari Bayangan Tiga Orang

Ketiga gambar di halaman sebelumnya adalah segitiga sebangun, sehingga dapat ditulis:

$$\frac{\text{tinggi anak kecil}}{\text{panjang bayangan anak kecil}} = \frac{\text{tinggi anak remaja}}{\text{panjang bayangan remaja}} = \frac{\text{tinggi orang dewasa}}{\text{panjang bayangan orang dewasa}}$$

**Untuk mencari panjang bayangan remaja:**

Cara pertama: menggunakan perbandingan segitiga sebangun.

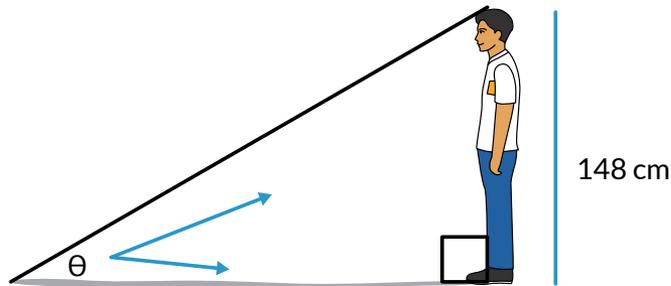
$$\begin{aligned} \frac{\text{tinggi anak kecil}}{\text{panjang bayangan anak kecil}} &= \frac{\text{tinggi anak remaja}}{\text{panjang bayangan anak remaja}} \\ \frac{114 \text{ cm}}{200 \text{ cm}} &= \frac{148 \text{ cm}}{x \text{ cm}} \\ x \text{ cm} &= \frac{148 \times 200 \text{ cm}}{114 \text{ cm}} \\ x \text{ cm} &= \frac{29.600 \text{ cm}}{114 \text{ cm}} \\ x \text{ cm} &= 259.65 \text{ cm} \end{aligned}$$

Panjang bayangan remaja adalah 259.65 cm.

Cara kedua: memanfaatkan perbandingan trigonometri.

Diketahui bahwa  $\tan 30^\circ = 0,57$ .

$$\tan \theta = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}}$$

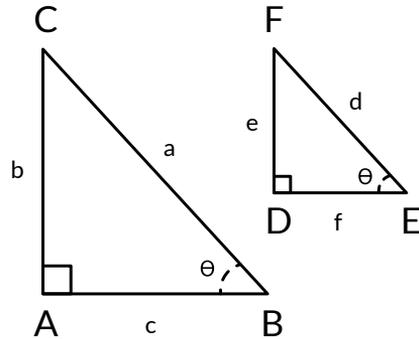


Remaja

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}} \\ \tan \theta &= \frac{148 \text{ cm}}{x \text{ cm}} \\ \tan 30^\circ &= \frac{148 \text{ cm}}{x \text{ cm}} \\ 0.57 &= \frac{148 \text{ cm}}{x \text{ cm}} \\ x &= 259.65 \text{ cm} \end{aligned}$$

### Latihan 4.3

- Gunakan contoh yang baru disampaikan untuk mencari tinggi orang dewasa.
  - Cari tinggi orang dewasa dengan menggunakan perbandingan segitiga sebangun.
  - Cari tinggi orang dewasa dengan memanfaatkan perbandingan trigonometri.
- Diketahui kedua segitiga di samping adalah segitiga sebangun dengan perbandingan sisi  $\tan \theta = 0,47$ ;
  - Jika sisi  $b = 12$  cm, hitung panjang sisi  $c$ !
  - Diketahui segitiga FDE mempunyai ukuran  $\frac{1}{3}$  dari segitiga CAB. Hitung panjang sisi  $c$  dan sisi  $f$ !



### Latihan 4.4

#### Soal Pemahaman

- Diketahui  $\tan \angle A = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}} = \frac{1}{4}$ .

Gambarlah sebuah segitiga siku-siku yang memenuhi nilai perbandingan tersebut. Berikan label dan panjang sisi depan serta sisi sampingnya dalam cm!

- Cari panjang  $x$  !



#### Hint

Kalian mungkin perlu menggunakan kalkulator untuk menyelesaikan permasalahan ini.



#### Ayo Menggunakan Teknologi

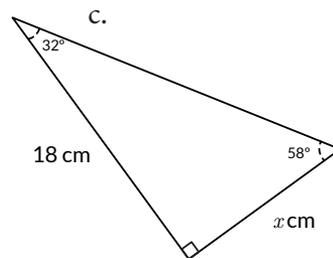
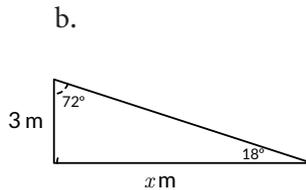
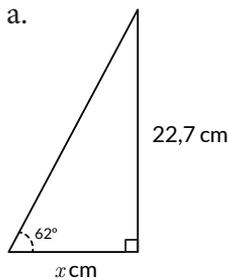
Hati-hati jangan salah satuannya!

- Bisa menggunakan kalkulator
- Bisa menggunakan website *GeoGebra*

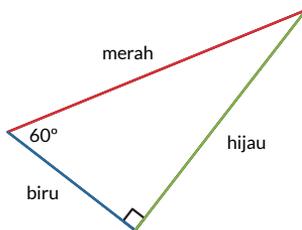


### Ayo Berpikir Kreatif

Ada cara untuk mencari panjang  $x$  tanpa menggunakan kalkulator sama sekali. Apakah kalian tahu caranya?



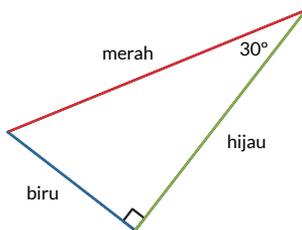
3. Soal ini terdiri dari empat bagian.



Bagian pertama:

Perhatikan segitiga berikut dan tentukan nama sisinya berdasarkan sudut  $60^\circ$ !

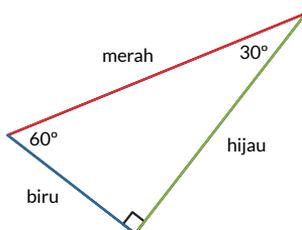
- Sisi berwarna merah adalah sisi \_\_\_\_\_.
- Sisi berwarna hijau adalah sisi \_\_\_\_\_.
- Sisi berwarna biru adalah sisi \_\_\_\_\_.



Bagian kedua:

Segitiga berikut adalah segitiga yang sama dengan segitiga pada soal nomor pertama. Sekarang, tentukan nama sisinya berdasarkan sudut  $30^\circ$ !

- Sisi berwarna merah adalah sisi \_\_\_\_\_.
- Sisi berwarna hijau adalah sisi \_\_\_\_\_.
- Sisi berwarna biru adalah sisi \_\_\_\_\_.



Bagian ketiga:

Segitiga berikut adalah segitiga yang sama dengan segitiga pada soal nomor pertama dan kedua.

Sekarang, tentukan nama sisi berdasarkan sudut yang ditentukan!

- Sisi depan sudut  $30^\circ$  berwarna \_\_\_\_\_.
- Sisi depan sudut  $60^\circ$  berwarna \_\_\_\_\_.
- Sisi samping sudut  $30^\circ$  berwarna \_\_\_\_\_.

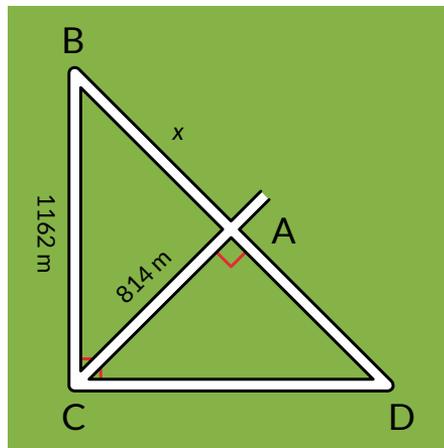
Bagian keempat:

Gunakan jawaban kalian pada soal nomor pertama untuk menyelesaikan permasalahan berikut.

- Apakah sisi depan sudut  $30^\circ$  dan  $60^\circ$  sama atau berbeda? Mengapa demikian?
- Apakah sisi samping sudut  $30^\circ$  dan  $60^\circ$  sama atau berbeda? Mengapa demikian?
- Apakah sisi miring sudut  $30^\circ$  dan  $60^\circ$  sama atau berbeda? Mengapa demikian?

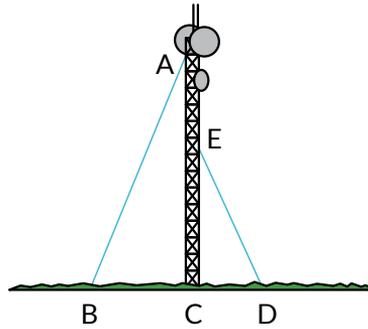
### Soal Aplikasi

- Diketahui  $\tan \angle A = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}} = \frac{4}{3}$ .
  - Gambarlah dua segitiga siku-siku yang berbeda, namun tetap memenuhi nilai perbandingan tersebut.
  - Apakah ada lebih dari dua segitiga yang memenuhi nilai perbandingan tersebut? Jelaskan alasanmu.
- Seorang ahli perencanaan kota perlu membangun jalan dari titik B ke titik A.



- Cari panjang jalan yang perlu ia rencanakan untuk menghubungkan titik B ke A.
- Cari nilai perbandingan antara jarak titik C ke A dengan jarak titik C ke B. Catatan: nilai ini adalah nilai perbandingan trigonometri sinus.
- Cari nilai perbandingan antara jarak titik A ke B dengan jarak titik C ke B. Catatan: nilai ini adalah nilai perbandingan trigonometri cosinus.
- Jika segitiga ABC dan segitiga ADC sebangun, cari panjang CD!

6. Seorang teknisi sedang memperbaiki sebuah menara pemancar yang mempunyai tinggi 150 meter. Jarak antara titik B dan D adalah 125 meter.
- Jika sudut yang terbentuk oleh kedua tangga adalah  $60^\circ$ , hitung jarak BC!
  - Cari juga jarak CD.



### Soal Penalaran

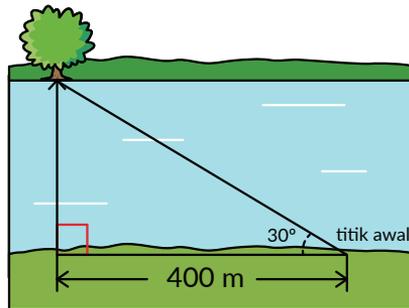
7. Standar sudut mendarat pesawat yang direkomendasikan untuk kenyamanan dan kemulusan adalah  $3^\circ$ . Jika pesawat sedang berada di ketinggian 600 meter, berapa jarak antara posisi pesawat sekarang dengan posisi pendaratannya yang ideal?



Hint

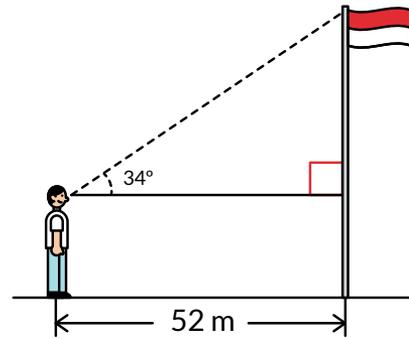
kalian mungkin perlu menggambar segitiga siku-siku berdasarkan konteks pertanyaan terlebih dahulu.

8. Seorang ahli bangun perlu mengukur jarak sungai untuk mempersiapkan pembangunan jembatan. Pertama, ahli bangun tersebut memberikan tanda di titik awalnya dan melihat ada pohon besar di seberang sungai. Ia kemudian berjalan sambil mengukur jarak, sampai posisinya sejajar dengan pohon. Jarak yang baru saja ia tempuh adalah 400 meter. Ia kemudian kembali ke titik awal dan mengukur sudut perputaran arah ke posisi pohon dengan theodolit. Ia mendapatkan sudut sebesar  $31^\circ$ .



- Tentukan panjang rancangan jembatan yang seharusnya berdasarkan informasi yang ada!
  - Untuk memastikan penghitungannya tepat, ahli bangun memilih titik awal yang berbeda dan mengukur jarak serta sudutnya. Ia mendapatkan sudut perputaran  $36^\circ$  serta jarak 330,8 meter. Tanpa melakukan penghitungan matematika, berikan penjelasan apakah strategi yang digunakan ahli bangun tersebut tepat atau tidak tepat.
9. Dimas sedang mencoba mencari tinggi tiang bendera. Dengan bantuan teman dan alat busur, ia memperkirakan sudut yang terbentuk antara kepala dan ujung tiang bendera adalah  $34^\circ$ .

- Jarak antara Dimas dan tiang bendera adalah 52 m. Cari panjang sisi depan berdasarkan sudut dan jarak yang diketahui!
- Teman Dimas beranggapan bahwa jawaban di bagian a merupakan tinggi tiang bendera yang sesungguhnya. Dimas tidak setuju dengan pernyataan itu. Bagaimana pendapat kalian? Jelaskan alasannya.



### Ayo Berpikir Kritis

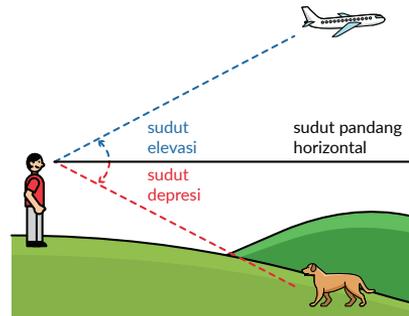
Kadang-kadang, hasil penghitungan perlu dikaji ulang sesuai konteksnya supaya jawaban yang diperoleh dapat menjawab pertanyaan yang sesungguhnya.

## Materi Pengayaan: Proyek Membuat Clinometer

Pada subbab pertama, kalian telah melihat kegunaan perbandingan trigonometri untuk mengukur tinggi objek yang besar tanpa harus mengukurnya secara langsung. Kalian akan merakit sebuah alat bernama clinometer yang berfungsi mengukur sudut kemiringan, elevasi (tingkat kenaikan), atau depresi (tingkat penurunan). Kemudian, kalian akan melakukan percobaan mengukur objek di lingkunganmu.

Untuk membuat clinometer, siapkan:

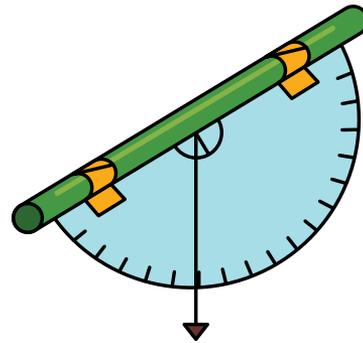
- Selotip dan gunting
- 1 sedotan
- 1 busur
- 1 tali
- 1 panah dari karton



**Gambar 4.15**  
Sudut Elevasi dan Sudut Depresi

Langkah membuat clinometer:

- Lekatkan panah karton ke ujung tali.
- Gunting tali dengan panjang secukupnya.
- Tempel tali di tengah-tengah busur.
- Gunting sedotan (sesuaikan panjang dengan panjang busur).
- Gunakan selotip dan tempel sedotan pada bagian datar busur.



**Gambar 4.16**  
Clinometer Sederhana

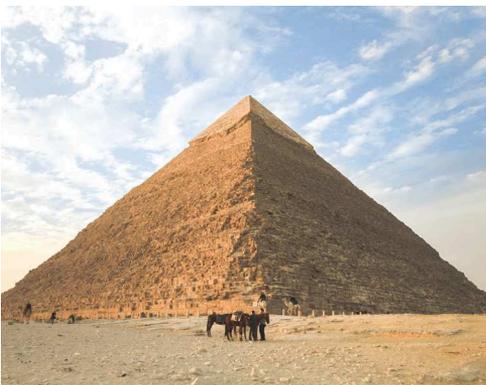


### Ayo Berpikir Kritis

Coba pikirkan dan tuliskan cara kalian menghitung sudut elevasi atau sudut depresinya!

Untuk kegiatan mengukur, cobalah lakukan beberapa kali dengan berbagai objek. Terapkan perbandingan trigonometri untuk mencari tinggi objeknya. Jangan lupa kalau sudut dihitung bermula dari garis pandang horizontal yang menggunakan clinometer!

## B. Pemanfaatan Perbandingan Trigonometri

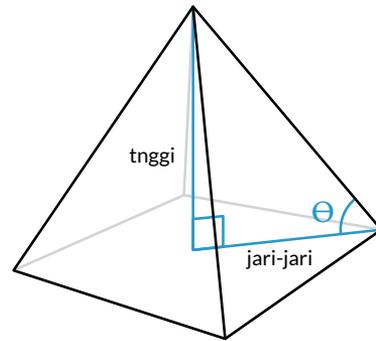


**Gambar 4.17** Piramida di Mesir

Sumber: *Jeremy Bishop/unsplash.com*

Piramida adalah bangunan menakjubkan yang dibangun sekitar 4.500 tahun yang lalu. Bayangkan banyaknya pekerja dan persiapan yang diperlukan untuk membuat bangunan seperti ini, tanpa tersedianya alat canggih seperti zaman sekarang.

Jika digambar secara sederhana, ukuran piramida ditentukan oleh tinggi, panjang jari-jari, dan besaran sudut seperti pada Gambar 4.32. Segitiga yang ada di gambar adalah segitiga siku-siku. Pada Piramida Giza, piramida yang tertua dan terbesar di dunia, sudut  $\theta$  adalah sebesar  $41^\circ$ .



**Gambar 4.18**  
Tinggi dan Jari-jari Piramida

## Eksplorasi 4.2



### Ayo Bereksplorasi

Sekarang, gunakan imajinasimu untuk menjawab beberapa pertanyaan ini.

- Tandai sisi segitiga siku-siku dengan nama berikut: sisi depan, sisi samping, dan sisi miring (hipotenusa).
- Jika sudut  $\theta$  dibuat lebih besar, bagaimana perubahan tinggi piramida?
- Jika sudut  $\theta$  dibuat lebih kecil, bagaimana perubahan tinggi piramida?
- Jika sudut  $\theta$  dibuat lebih besar, bagaimana perubahan panjang jari-jarinya?
- Jika sudut  $\theta$  dibuat lebih kecil, bagaimana perubahan panjang jari-jarinya?

Pikirkan jawaban kalian untuk pertanyaan berikut, jika perlu kalian boleh menggambar bayangan kalian untuk membantu menjawab.



### Ayo Berdiskusi

Setelah berpikir dan bekerja mandiri, diskusikan jawaban kalian bersama dengan teman sekelas.

- Jika sudut  $\theta$  dibuat lebih besar, bagaimana perubahan nilai perbandingan sisi depan dan sisi sampingnya ( $\tan \theta$ )?
- Jika sudut  $\theta$  dibuat lebih besar, bagaimana perubahan nilai perbandingan sisi depan dan sisi miring segitiga siku-siku?
- Jika sudut  $\theta$  dibuat lebih besar, bagaimana perubahan nilai perbandingan sisi samping dan sisi miring segitiga siku-siku?

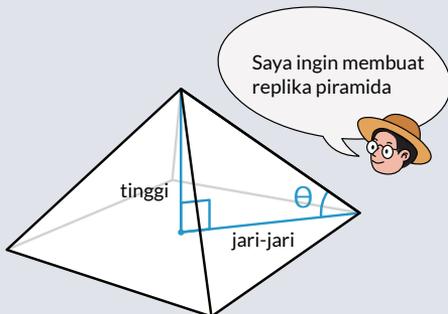
## 1. Perbandingan Trigonometri di Piramida

Pada pembuka bab, selain dari perbandingan nilai tangen, kalian juga diminta memperhitungkan nilai perbandingan lainnya.

- Nilai perbandingan sisi depan dan sisi miring yang disebut juga dengan sinus.
- Nilai perbandingan sisi samping dan sisi miring yang disebut juga dengan cosinus.

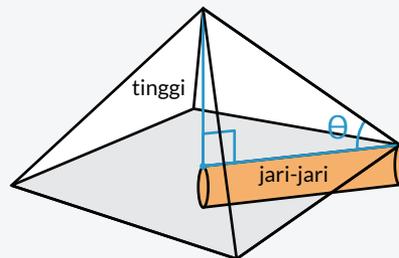
Simak dua skenario berikut untuk melihat penerapan perbandingan sinus dan cosinus dalam piramida.

Seorang pengagum piramida ingin membuat replika piramida. Ia tahu  $\theta = 41^\circ$  dan panjang rusuk piramida adalah 600m. Untuk membangun replika, ia juga perlu mengetahui tinggi piramidanya.

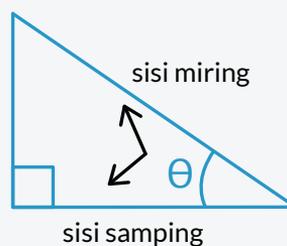
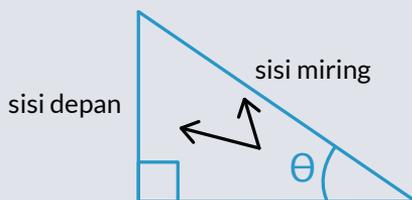


**Gambar 4.19**  
Membuat replika piramida

Seorang sejarawan ingin membuat lorong bawah tanah agar ia dapat masuk ke bagian tengah piramida. Ia mengetahui bahwa  $\theta = 41^\circ$ .



**Gambar 4.20**  
Membuat lorong bawah tanah



Perbandingan trigonometri sinus (biasa disingkat sin) adalah nilai perbandingan antara sisi depan dan sisi miring sudut  $\theta$  segitiga siku-siku.

$$\sin \theta = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$$

Dalam permasalahan piramida, perbandingan trigonometri sin dapat membantu kita mencari tinggi piramida.

$$\sin 41^\circ = \frac{\text{tinggi piramida (sisi depan)}}{\text{rusuk piramida (sisi samping)}}$$

$$\sin 41^\circ = \frac{x \text{ m}}{600 \text{ m}}$$

$$0,66 = \frac{x \text{ m}}{600 \text{ m}}$$

$$x = 0,66 \times 600 \text{ m}$$

$$x = 369 \text{ m}$$

Dengan menggunakan kalkulator, kita menemukan bahwa  $\sin 41^\circ = 0,66$  (dibulatkan).

Perbandingan trigonometri cosinus (biasa disingkat cos) adalah nilai perbandingan antara sisi samping dan sisi miring sudut  $\theta$  pada segitiga siku-siku.

$$\cos \theta = \frac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}}$$

Dalam permasalahan piramida, perbandingan trigonometri cos dapat membantu kita mencari jari-jari dasar piramida.

Dengan menggunakan kalkulator, kita menemukan bahwa  $\cos 41^\circ = 0,75$  (dibulatkan).

$$\cos 41^\circ = \frac{\text{jari-jari dasar piramida (sisi samping)}}{\text{rusuk piramida (sisi miring)}}$$

$$\cos 41^\circ = \frac{x \text{ m}}{600 \text{ m}}$$

$$0,75 = \frac{x \text{ m}}{600 \text{ m}}$$

$$x = 0,75 \times 600 \text{ m}$$

$$x = 450 \text{ m}$$

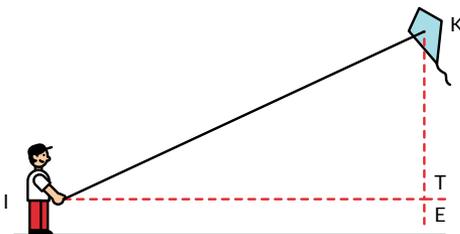
Panjang lorong bawah tanah yang perlu digali adalah 450 m.



### Ayo Berefleksi

Apa perbedaan antara perbandingan trigonometri sin, cos, dan tan?

Apa persamaan antara perbandingan trigonometri sin, cos, dan tan?



Gambar 4.21 Permasalahan Layang-layang

Wanimbo sedang bermain layangan. Ia berhasil menaiki layangan sampai ketinggian 3,5 m sambil memegang ujung layangan pada ketinggian 60 cm dari permukaan. Layangannya juga membentuk sudut  $\angle KIT$  sebesar  $25^\circ$ . Tinggi badan Wanimbo. Coba cari panjang tali layangan yang sudah diulurkan Wanimbo!



### Ayo Berpikir Kritis

Pikirkan, perbandingan trigonometri mana (di antara sin, cos, atau tan) yang akan bermanfaat untuk menyelesaikan permasalahan ini?

Simak jawaban salah seorang siswa di SMA 78 Kota Sukaberkah bernama Surya (fiktif): Saya perlu memanfaatkan perbandingan trigonometri sinus karena saya mengetahui ketinggian layangan dan mencari panjang tali layangan.

$$\begin{aligned} \sin 20^\circ = 0,34 &= \frac{\text{tinggi layangan}}{\text{panjang tali layangan}} \\ 0,34 &= \frac{3,5 \text{ m}}{x \text{ m}} \\ x \text{ cm} &= 10,29 \text{ m} \end{aligned}$$

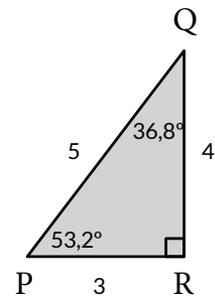


### Ayo Berdiskusi & Bekerja Sama

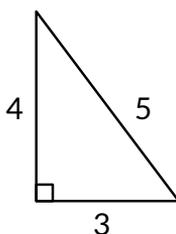
Jawaban Surya tidak tepat. Bersama dengan teman sekelompokmu, diskusikan apa yang tidak tepat dari solusi Surya. Pastikan setiap anggota mengerti apa yang salah kemudian carilah jawaban yang benar.

### Latihan 4.5

- Sebuah segitiga siku-siku PQR, mempunyai besaran  $\angle P = 53,2^\circ$  dan besaran  $\angle Q = 36,8^\circ$ .
  - Cari nilai  $\sin 53,2!$  Uraikan cara dan proses berpikirmu
  - Nilai perbandingan panjang sisi QR dan QP sama dengan nilai \_\_\_\_\_.
    - $\cos 53,2$
    - $\cos 36,8$

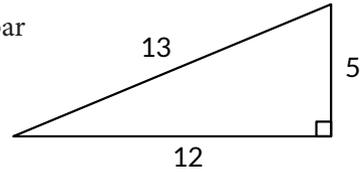


2.



Jika  $\angle A = \theta$  dan  $\cos \theta = \frac{4}{5}$ , tandai  $\angle A$  pada gambar segitiga di samping. Jika  $\angle M = \theta$  dan  $\sin \theta = \frac{5}{13}$ , tandai  $\angle M$  pada gambar segitiga di samping.

3. Jika  $\angle M = \theta$  dan  $\sin \theta = \frac{5}{13}$ , tandai  $\angle M$  pada gambar segitiga di samping.



4. Kerjakan secara mandiri:

Tuliskan arti **sin  $\theta$  sebagai nilai perbandingan** dengan kata-kata kalian sendiri! Jika dirasa perlu, kalian boleh menambahkan gambar.

Kerjakan bersama dua atau tiga teman sekelas:

Bandingkan jawabanmu dengan teman sekelasmu. Berikan masukan untuk definisi temanmu atau/dan merevisi definisimu sendiri.

Kerjakan bersama-sama satu kelas (dipimpin guru):

Bagikan secara lisan definisi yang menurutmu baik kepada seluruh kelas. Guru akan merangkum definisi dan kegiatan ini.

5. Kerjakan secara mandiri:

Tuliskan arti **cos  $\theta$  sebagai nilai perbandingan** dengan kata-kata kalian sendiri! Jika dirasa perlu, kalian boleh menambahkan gambar.

Kerjakan bersama teman sekelas:

Bandingkan jawabanmu dengan teman sekelasmu. Berikan masukan untuk definisi temanmu atau/dan merevisi definisimu sendiri.

Kerjakan bersama-sama satu kelas (dipimpin guru):

Bagikan secara lisan definisi yang menurutmu baik kepada seluruh kelas. Guru akan merangkum definisi dan kegiatan ini.

## 2. Tiga Serangkai Perbandingan Trigonometri

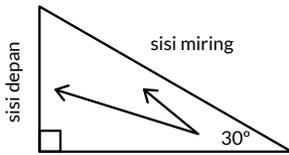
Ketika matematikawan zaman kuno mempelajari segitiga, mereka menemukan pola nilai perbandingan (rasio) panjang sisi segitiga siku-siku yang sudah kalian pelajari di subbab lalu dan subbab ini. Ada tiga perbandingan trigonometri yang sudah kalian pelajari yaitu sinus, cosinus, dan tangen.

$$\sin \theta = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}}$$

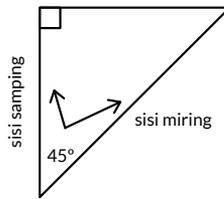
$$\tan \theta = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}}$$

$$\sin 30^\circ = 0,5$$



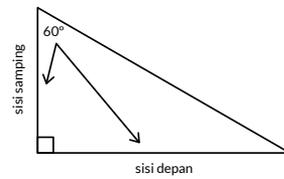
**Gambar 4.22**  
Sinus  $30^\circ$

$$\cos 43^\circ = 0,73$$



**Gambar 4.23**  
Cosinus  $43^\circ$

$$\tan 55^\circ = 1.43$$



**Gambar 4.24**  
Tangen  $55^\circ$



### Ayo Mengingat Kembali

Apa yang dimaksud dengan sin, cos, tan sebagai nilai perbandingan?



### Ayo Menggunakan Teknologi

Coba simulasi perbandingan trigonometri di *GeoGebra*. Kalian bisa mengaksesnya melalui tautan berikut: [bit.ly/simulasitrigonometri](https://bit.ly/simulasitrigonometri)

- Geser panel sampai kalian mendapatkan sudut  $40^\circ$ .
- Tarik salah satu titik putih pada segitiga untuk memperbesar/ memperkecil ukurannya.
- Perhatikan nilai perbandingan di bagian atas, apakah nilainya sama atau berubah? Jelaskan alasan kalian kepada teman sekelompok.

Pindai QR code disamping untuk diteruskan ke simulasi pada aplikasi *GeoGebra*.



## 3. Sudut Istimewa Perbandingan Trigonometri

Sudut istimewa dalam perbandingan trigonometri adalah sudut-sudut yang nilai perbandingannya dapat ditentukan secara eksak. Sudut istimewa akan sangat berguna dan banyak digunakan pada pelajaran Fisika.

### Eksplorasi 4.3



#### Ayo Bereksplorasi

Kalian akan mengkapi tabel berikut dengan nilai perbandingan trigonometrinya.

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
sin			
cos		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	
tan			$\sqrt{3}$



#### Ayo Bekerja Sama

Coba bagi tugas saling memeriksa pekerjaan kalian. Jika jawabannya berbeda, coba cari apa yang kurang tepat dan cari solusinya.

Simak panduan berikut.

Mencari nilai perbandingan trigonometri  $30^\circ$  dan  $60^\circ$ :

1. Gambar sebuah segitiga sama sisi dengan panjang setiap sisinya 2 satuan. Beri variabel A, B, C untuk masing-masing sudutnya.
2. Belah segitiga tersebut menjadi dua bagian dengan garis vertikal di tengah-tengah bangunnya.
3. Gambar ulang satu bagian segitiganya dan tandai panjang sisi dan besaran sudut yang diketahui.
4. Cari panjang sisi yang belum diketahui menggunakan teori Pythagoras.
5. Cari nilai perbandingan sin, cos, dan tan untuk sudut istimewa  $30^\circ$  dan  $60^\circ$ !

Mencari nilai perbandingan trigonometri  $45^\circ$ :

1. Gambar sebuah **segitiga siku-siku** sama kaki dengan panjang 1 satuan.
2. Cari panjang sisi miringnya menggunakan **teori Pythagoras**.
3. Cari nilai perbandingan sin, cos, dan tan untuk sudut istimewa  $45^\circ$ !

### Latihan 4.6

1. Sebuah segitiga siku-siku sama kaki memiliki panjang dua sisinya 8 cm. Berapa panjang sisi miringnya?
2. Sebuah segitiga siku-siku mempunyai sudut  $30^\circ$  dan  $60^\circ$ .
  - a. Tuliskan panjang setiap sisi segitiganya yang memungkinkan.
  - b. Nia berkata segitiga ini memiliki panjang sisi seperti berikut:  $5\sqrt{3}$  cm, 5 cm, dan 15 cm. Menurut kalian, apakah panjang sisi yang dikemukakan Nia memungkinkan? Jelaskan mengapa.



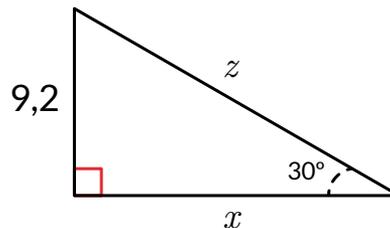
#### Ayo Mandiri

Secara cepat, coba hitung panjang sisi miringnya jika panjang dua sisi lainnya 10 cm.

### Latihan 4.7

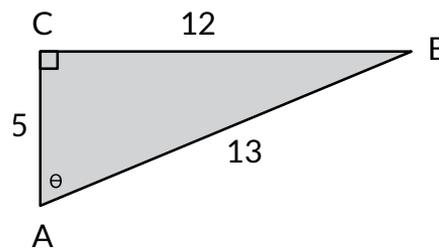
#### Soal Pemahaman

1. Cari panjang sisi  $x$  dan  $z$  !



2. Segitiga ABC memiliki panjang sisi sebagai berikut:

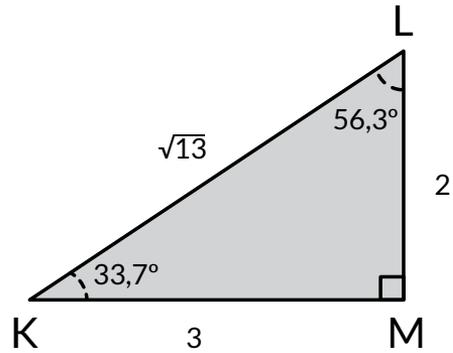
Sisi AC = 5  
Sisi CB = 12  
Sisi AB = 13



- a. Tentukan nama setiap sisi segitiga siku-siku berikut.
- b. Cari hasil  $\sin \theta$ !
- c. Cari hasil  $\cos \theta$ !

### Soal Aplikasi

3. KLM adalah segitiga dengan besar sudut dan panjang seperti pada gambar di samping. KLM adalah segitiga dengan besar sudut dan panjang seperti pada Gambar di samping.



- a. Tentukan hasil perbandingan trigonometri berdasarkan sudut yang ditentukan.

$\sin 56,3^\circ =$	$\sin 33,7^\circ =$
$\cos 56,3^\circ =$	$\cos 33,7^\circ =$

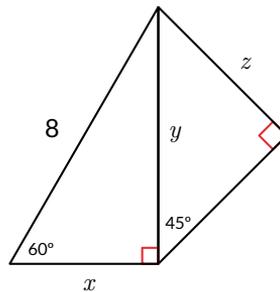
- b. Dua pasang nilai perbandingan trigonometri yang mana yang hasilnya sama? Mengapa demikian?



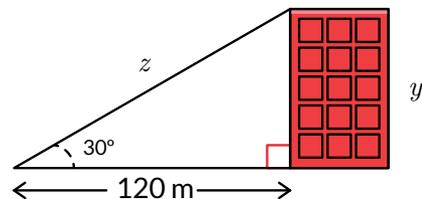
#### Ayo Berpikir Kritis

Pada sudut istimewa perbandingan trigonometri  $\sin 30^\circ$  dan  $\cos 60^\circ$  juga nilainya sama. Temukan alasan mengapa ada pola seperti ini secara mandiri atau bersama-sama dengan teman sekelasmu.

4. Cari panjang  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  !

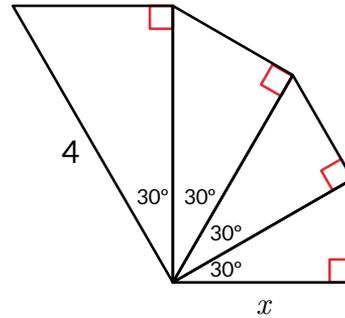


5. Dari jarak 120m, seorang pengukur tanah menemukan sudut yang terbentuk antara garis permukaan dan puncak gedung adalah  $30^\circ$ . Gunakan perbandingan trigonometri untuk mencari tinggi gedung tersebut! Cari hasilnya dengan membulatkan ke satuan meter terdekat.

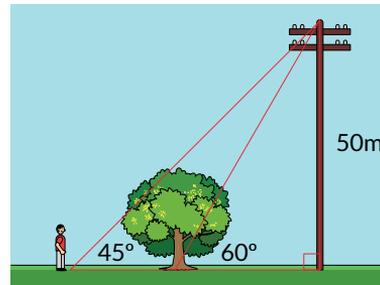


### Soal Penalaran

6. Terdapat susunan beberapa segitiga siku-siku seperti berikut.
- Desi berkata, ia perlu mencari  $\sin 30^\circ$  untuk mencari panjangnya  $x$ . Apakah kamu setuju dengan Desi?
  - Cari panjang  $x$ !



7. Gambar persegi panjang dengan panjang diagonal dua kali dari lebarnya. Buat persamaan untuk mencari panjang persegi panjang tersebut!
8. Seorang laki-laki sedang berjalan di sebuah area hijau. Ia berpapasan dengan sebatang pohon dan sebuah tiang listrik. Jika tinggi tiang 50 meter dengan sudut antara laki-laki dan puncak tiang  $45^\circ$  dan sudut antara pohon dengan puncak tiang  $60^\circ$ , berapa jarak antara seorang laki-laki tersebut dan pohon?



## Refleksi

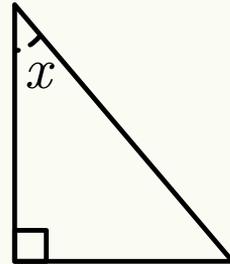
Ada tiga jenis perbandingan trigonometri yaitu sinus, cosinus, dan tangen. Masing-masing perbandingan dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan permasalahan sehari-hari mulai dari jarak landas pesawat sampai pada pengukuran obyek yang tidak dapat secara fisik diukur ketinggiannya. Ada juga perbandingan trigonometri untuk sudut-sudut istimewa yang ditemukan pada segitiga siku-siku sama kaki dan segitiga sama sisi.

- Apakah kalian dapat mengidentifikasi nama setiap sisi segitiga siku-siku?
- Apakah kalian dapat menjelaskan perbedaan antara nilai tetap dan nilai perbandingan?
- Apakah kalian dapat menjelaskan mengapa cara mencari  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ , dan  $\tan \theta$ ?

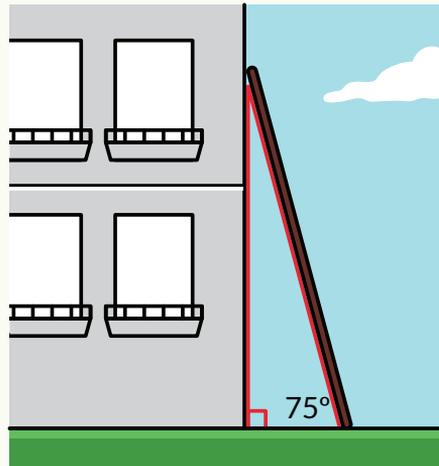
- d. Apakah kalian dapat menyelesaikan permasalahan matematika dengan menerapkan perbandingan trigonometri?
- e. Apa manfaat perbandingan trigonometri?

## Uji Kompetensi

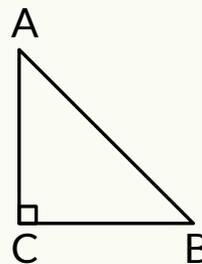
1. Jika  $\cos x = \frac{20}{29}$ , berapa nilai  $\sin x$  dan  $\tan x$  ?



2. Sebuah persegi memiliki panjang garis diagonal 18cm. Berapa panjang sisi persegi tersebut?
3. Demi keamanan, tangga seharusnya diletakan dengan sudut kemiringan  $75^\circ$ . Diketahui, tinggi satu lantai pada gedung berikut adalah 3.2 meter. Jika tangga perlu disediakan tepat diluar jendela lantai 3, berapakah panjang tangga yang diperlukan?



4. Tomi berkata bahwa sinus dari salah satu sudut lancip di segitiga siku-siku selalu sama dengan cosinus dari sudut lancip lainnya. Dengan kata lain,  $\cos B = \sin A$ . Apakah pernyataan Tomi benar? Apa bukti dan penjelasannya?



5. Jelaskan bagaimana perbandingan trigonometri bermanfaat untuk (pilih salah satu):

- a. Mengukur tinggi suatu tugu ikonik daerah di Indonesia seperti Jam Gadang, di Bukittinggi, Sumatera Barat. Kalian boleh membuat gambar untuk mendukung penjelasanmu.



**Gambar 4.25** Jam Gadang  
*Sumber gambar: AiryRooms*

- b. Mengukur lebar sungai untuk pembangunan jembatan misalnya jembatan Youtefa di Papua. Kalian boleh membuat gambar untuk mendukung penjelasanmu.



**Gambar 4.26** Jembatan Youtefa  
*Sumber: www.indonesia.go.id, Dok. PUPR*