

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi  
Republik Indonesia, 2021

**Matematika untuk SMA/SMK Kelas X**

Penulis: Dicky Susanto, dkk

ISBN: 978-602-244-526-5

**Bab**

**6**

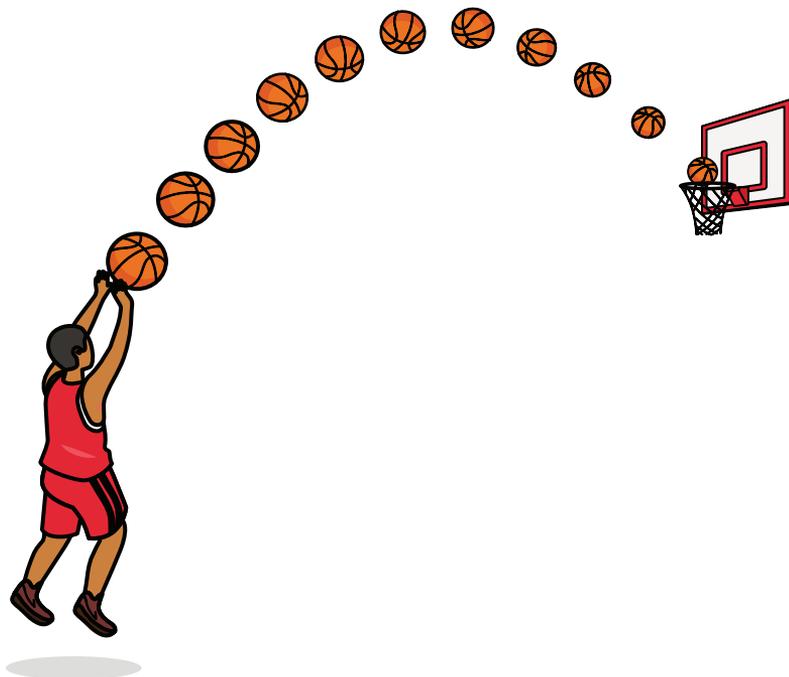
# Fungsi Kuadrat

## Pengalaman Belajar

Setelah mempelajari bab ini, kalian diharapkan dapat:

1. Mengidentifikasi fungsi kuadrat dalam bentuk aljabar, tabel nilai, dan grafik
2. Menemukan karakteristik dari fungsi kuadrat
3. Menggunakan fungsi kuadrat untuk menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari dengan cara aljabar maupun grafik

Pernahkah kalian mengamati lintasan bola basket ketika kalian mendorong bola ke arah jaring? Lintasannya berbentuk parabola dan gerak bola dikatakan gerak parabola. Gambar 6.1 menunjukkan posisi bola pada suatu waktu tertentu.

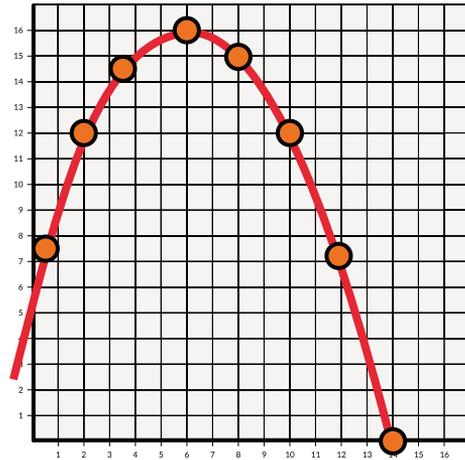


**Gambar 6.1** Lintasan Bola Basket

Selain bola basket, lintasan bola kaki juga dapat berupa parabola. Lintasan dan bentuk parabola ditemui dalam hidup sehari-hari. Contoh lain adalah air yang keluar dari selang serta bentuk bangunan dan jembatan. Bentuk pisang juga menyerupai parabola.

Parabola merupakan bentuk fungsi kuadrat dalam grafik. Fungsi kuadrat adalah fungsi polinom (suku banyak) dengan pangkat tertinggi variabelnya adalah 2. Kalian masih ingat dengan fungsi linear yang grafiknya berbentuk garis lurus. Fungsi linear adalah fungsi polinom dengan pangkat tertinggi variabelnya adalah 1.

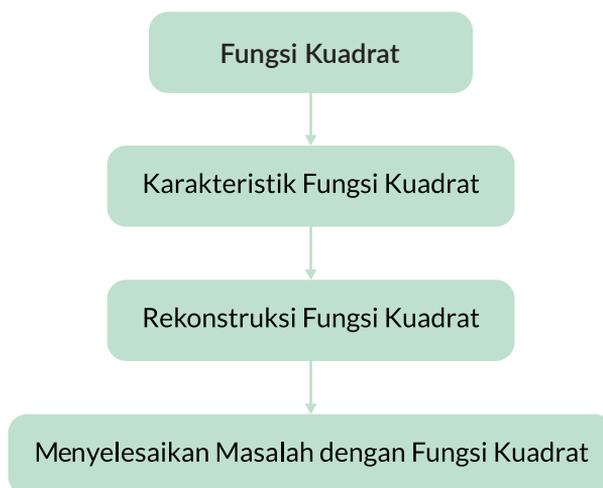
Gambar 6.2 menunjukkan grafik fungsi kuadrat. Posisi bola merupakan posisi titik dalam sistem koordinat Kartesius.



Gambar 6.2 Grafik Fungsi Kuadrat

Kata Kunci	Pertanyaan Pemantik
Fungsi kuadrat, parabola, persamaan kuadrat, minimum dan maksimum, titik puncak, sumbu simetri, titik potong dengan sumbu, diskriminan.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apa saja karakteristik dari fungsi kuadrat?</li> <li>2. Bagaimana mengonstruksi fungsi kuadrat berdasarkan informasi yang tersedia?</li> <li>3. Bagaimana menggunakan fungsi kuadrat untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari?</li> </ol>

## Peta Konsep





### Ayo Mengingat Kembali

Persamaan kuadrat dengan  $ax^2 + bx + c = 0$  dapat diselesaikan dengan berbagai cara.

#### 1. Faktorisasi

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$(2x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad x = 2$$

#### 2. Melengkapkan kuadrat

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$2\left(x^2 - \frac{3}{2}x - 1\right) = 0$$
$$x^2 - \frac{3}{2}x - 1 = 0$$
$$x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x = 1$$
$$x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x + \frac{9}{16} = 1 + \frac{9}{16}$$
$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$
$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$x - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$
$$x = \frac{3}{4} + \frac{5}{4}$$
$$x = 2$$

atau

$$x - \frac{3}{4} = -\frac{5}{4}$$
$$x = \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$$
$$x = -\frac{1}{2}$$

3. Menggunakan rumus abc (Rumus Kuadrat)

Bentuk Persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$

dengan  $a \neq 0$  akar-akarnya dapat ditentukan dengan

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\2x^2 - 3x - 2 &= 0 \\x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-2)}}{2 \cdot 2} \\&= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} \\&= \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} \\&= \frac{3 \pm 5}{4}\end{aligned}$$

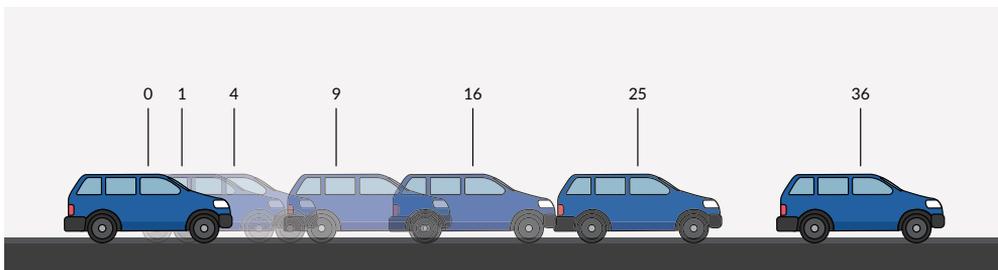
$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad x = 2$$

## A. Karakteristik Fungsi Kuadrat

### Eksplorasi 6.1 Menyelidiki fungsi kuadrat terbuka ke atas



Ayo Bereksplorasi



Gambar 6.3 Lintasan Mobil

1. Isilah tabel dengan jarak tempuh mobil terhadap waktu.

Waktu (detik)	0	1	2	3	4	5	6
Jarak (m)							

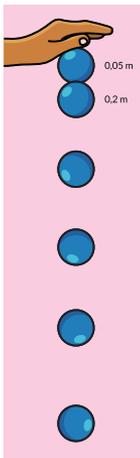
2. Bagaimana hubungan antara jarak dengan waktu?
3. Gambarkan grafik jarak terhadap waktu pada kertas berpetak.
4. Apakah hasilnya menggambarkan bentuk parabola?

### Eksplorasi 6.2. Menyelidiki fungsi kuadrat terbuka ke bawah



#### Ayo Bereksplorasi

Bola dijatuhkan dari keadaan diam pada posisi 0. Lintasan bola diberikan dalam gambar.



Gambar 6.4 Lintasan Bola

1. Lengkapi tabel dengan menggunakan penggaris.

Waktu (detik)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Posisi (m)	0	-0,05	-0,2			

2. Gambarkan grafik posisi terhadap waktu pada kertas berpetak.
3. Mengapa posisi menggunakan tanda negatif?
4. Apakah hasilnya menggambarkan bentuk parabola?

Eksplorasi yang barusan kalian lakukan berkaitan dengan apa yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Kalian perlu eksplorasi fungsi kuadrat yang lebih mendalam untuk menemukan hal-hal yang sangat menarik.

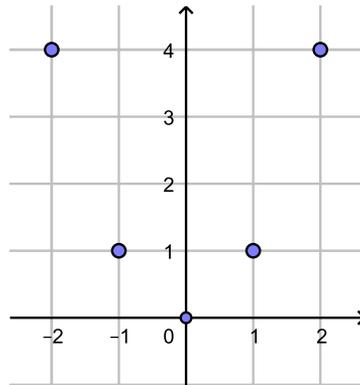
Sebelumnya, perhatikan terlebih dahulu contoh di bawah ini.

1. Buatlah grafik fungsi  $f(x) = x^2$  dengan cara:
  - a. Melengkapi Tabel 6.1

**Tabel 6.1** Nilai  $x$  dan  $y$  untuk fungsi  $f(x) = x^2$

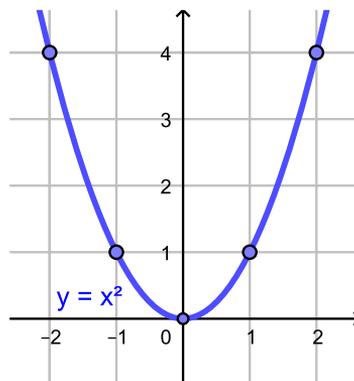
$f(x) = x^2$	
$x$	$y$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

- b. Plot setiap titik pada Tabel 6.1 ke dalam sistem koordinat. Koordinat titik yang didapatkan dari Tabel 6.1 adalah  $(-2,4)$ ,  $(-1,1)$ ,  $(0,0)$ ,  $(1,1)$ , dan  $(2,4)$



**Gambar 6.5** Plot titik pada grafik fungsi  $f(x) = x^2$

- c. Hubungkan titik-titik dalam sistem koordinat sehingga didapatkan grafik fungsinya.



**Gambar 6.6** Grafik fungsi  $f(x) = x^2$



### Ayo Bekerja Sama

Kalian perlu bekerja sama untuk melakukan eksplorasi dengan menggambar grafik-grafik fungsi kuadrat terlebih dahulu. Jika kalian memiliki *graphic calculator* atau aplikasi *GeoGebra*, kalian boleh menggunakannya. Grafik yang digambar adalah  $y = f(x)$  dengan  $f(x)$  adalah fungsi kuadrat yang berbentuk  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Lakukan langkah-langkah yang sama untuk setiap fungsi kuadrat ini, gunakan kertas berpetak.

- a.  $f(x) = -x^2$
- b.  $f(x) = x^2 - 2x - 3$
- c.  $f(x) = -x^2 - x + 2$
- d.  $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$
- e.  $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$
- f.  $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$
- g.  $f(x) = -x^2 + 4x - 4$
- h.  $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$
- i.  $f(x) = -3x^2 - 12x - 15$
- j.  $f(x) = 2x^2 + 1$

Hasil kerja kalian akan digunakan untuk eksplorasi.

**Eksplorasi 6.3.** Menyelidiki peran tanda pada nilai  $a$  ( $> 0$  atau  $a < 0$ ) dalam  $f(x) = ax^2 + bx + c$



### Ayo Bereksplorasi

Pelajari grafik-grafik a - j yang telah kalian buat sebelumnya. Untuk setiap fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  kalian dapat menentukan peran  $a$ .

1. Tentukan fungsi-fungsi yang nilai  $a > 0$ 
  - a. Apa kesamaan grafik fungsi-fungsi ini?
2. Tentukan fungsi-fungsi yang nilai  $a < 0$ 
  - a. Apa kesamaan grafik fungsi-fungsi ini?

3. Mengapa dalam daftar fungsi kuadrat di atas tidak ada fungsi yang nilai  $a = 0$ ?

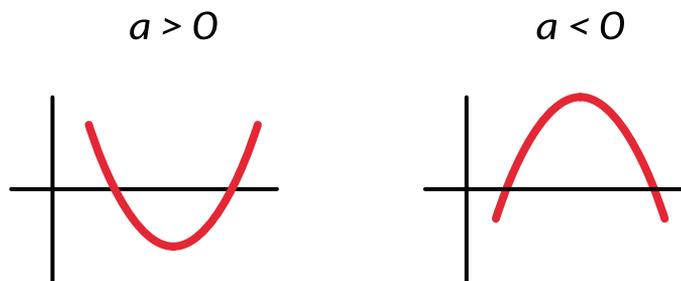


### Ayo Berpikir Kritis

4. Lengkapi tabel dengan menggambar bentuk grafik

$f(x) = ax^2 + bx + c$	grafik berbentuk
$a > 0$	
$a < 0$	

Dari eksplorasi 6.1, 6.2, dan 6.3 kalian menemukan bahwa fungsi kuadrat terbuka ke atas jika  $a > 0$  dan terbuka ke bawah jika  $a < 0$ .



Gambar 6.7 Dua Jenis Grafik Fungsi Kuadrat dengan Tanda  $a$  Berbeda

Untuk keadaan seperti apa grafik  $a > 0$  digunakan dalam kehidupan sehari-hari?

Gerak mobil dimulai pada saat nol detik dan posisi nol m. Gerak menghasilkan grafik setengah parabola yang terbuka ke atas. Grafik berada di atas sumbu  $t$ .

Gerak mobil makin lama makin cepat karena untuk selang waktu yang sama jarak makin besar dan arahnya selalu ke kanan/timur.

Untuk keadaan seperti apa grafik  $a < 0$  digunakan dan kehidupan sehari-hari?

Gerak bola dimulai pada waktu nol detik dan posisi nol m. Gerak menghasilkan grafik setengah parabola saja yang terbuka ke bawah. Grafik berada di bawah sumbu  $t$ .

Gerak bola makin lama makin cepat (untuk selang waktu yang sama jarak makin besar) dan arahnya selalu ke bawah.



### Ayo Berdiskusi

Mengapa Eksplorasi 6.1 dan 6.2 hanya menghasilkan grafik setengah parabola?

#### Eksplorasi 6.4 Menyelidiki peran nilai $c$ dalam grafik fungsi kuadrat

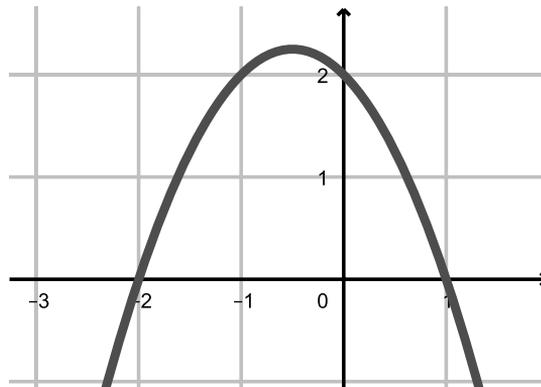
$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

Untuk setiap grafik fungsi  $f(x) = ax^2 + bx + c$  yang telah kalian buat, tentukan koordinat titik potong grafik dengan sumbu  $y$ .

1. Tentukan konstanta fungsi kuadrat yang menunjukkan titik potong grafik dengan sumbu  $y$
2. Untuk setiap fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , titik potong grafik dengan sumbu  $y$  terletak pada koordinat \_\_\_\_\_

Eksplorasi 6.4 menunjukkan peran  $c$  dalam fungsi kuadrat

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$  yaitu menentukan titik potong grafik dengan sumbu  $y$ .

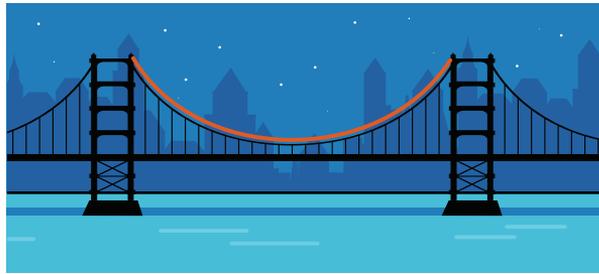


**Gambar 6.8** Fungsi Kuadrat dengan  $c$  Berbeda

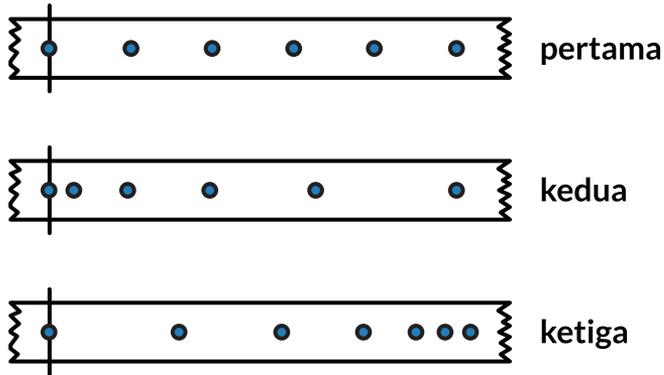
Nilai  $c$  menentukan titik potong grafik dengan sumbu  $y$ .

### Latihan 6.1

1. a. Tentukan parabola yang terbuka ke atas dan ke bawah.

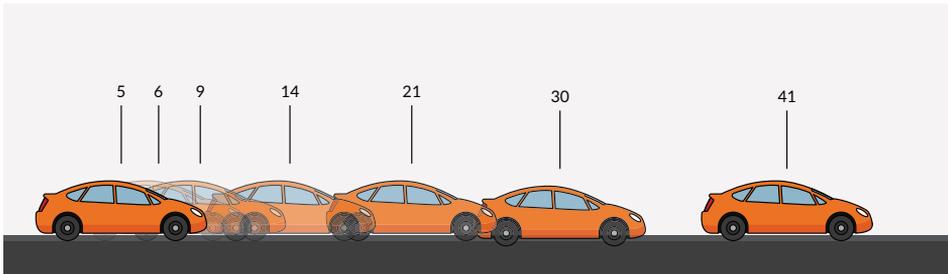


- b. Bandingkan kedua parabola. Menurut kalian, parabola mana lebih lebar terbukanya? Konstanta dari fungsi kuadrat  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  mana yang menentukan?
2. Fungsi kuadrat yang terbuka ke atas adalah \_\_\_\_\_ (Jawaban bisa lebih dari satu)
- $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$
  - $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$
  - $f(x) = -3x^2 + 4x + 1$
  - $f(x) = 4x^2 + 4x + 5$
3. Fungsi kuadrat yang terbuka ke bawah adalah \_\_\_\_\_ (Jawaban bisa lebih dari satu)
- $f(x) = x^2 + 2x + 1$
  - $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$
  - $f(x) = -3x^2 + 8x - 1$
  - $f(x) = 4x^2 + 11x - 7$
4. Perhatikan diagram gerak di bawah ini. Diagram gerak adalah diagram yang menunjukkan posisi terhadap waktu dimana selang waktu antar dua posisi selalu sama. Gambar mana yang akan menghasilkan fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  dengan  $a < 0$ ,  $a = 0$ , dan  $a > 0$ ?



### Latihan 6.2

1. Kalian perhatikan bahwa posisi awal tidak dimulai pada nol.



- a. Isi tabel jarak tempuh mobil terhadap waktu.

Waktu (det)	0	1	2	3	4	5	6
Jarak (m)							

- b. Gambarkan grafik jarak terhadap waktu pada kertas berpetak.
  - c. Apakah hasilnya menggambarkan bentuk parabola?
  - d. Berapa nilai  $c$  jika merujuk pada  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$
2. Tabel di bawah menunjukkan jarak tempuh suatu mobil pada setiap waktu.

Waktu (detik)	0	1	2	3	4	5	6
Jarak (m)	0	5	8	9	8	5	0

Tanpa menggambar grafik, tentukan apakah grafik fungsi kuadrat terbuka ke atas atau ke bawah. Jelaskan alasan kalian.

3. Tabel di bawah menunjukkan keuntungan penjualan suatu produk untuk jumlah produk yang terjual.

Jumlah benda	0	10	20	25	30	40
Keuntungan (ribu rupiah)	0	800	1200	1250	1200	800

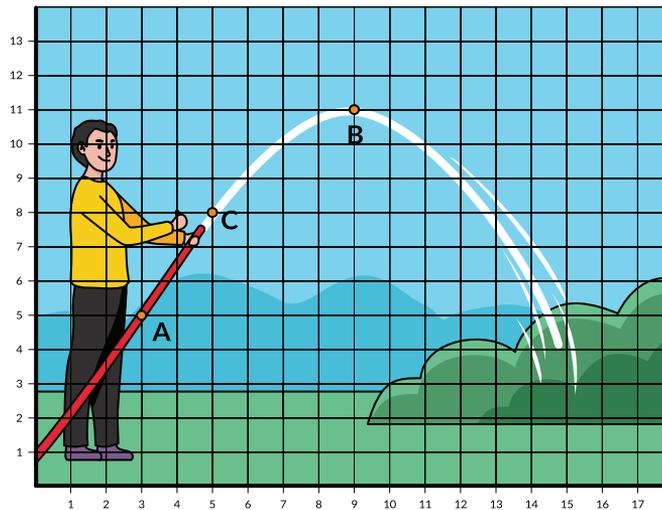
Tanpa menggambar grafik, tentukan apakah grafik fungsi kuadrat terbuka ke atas atau ke bawah. Jelaskan alasan kalian.

### Eksplorasi 6.5 Menentukan Titik Maksimum, Titik Minimum dan Sumbu Simetri



#### Ayo Bereksplorasi

Perhatikan gambar di bawah ini.



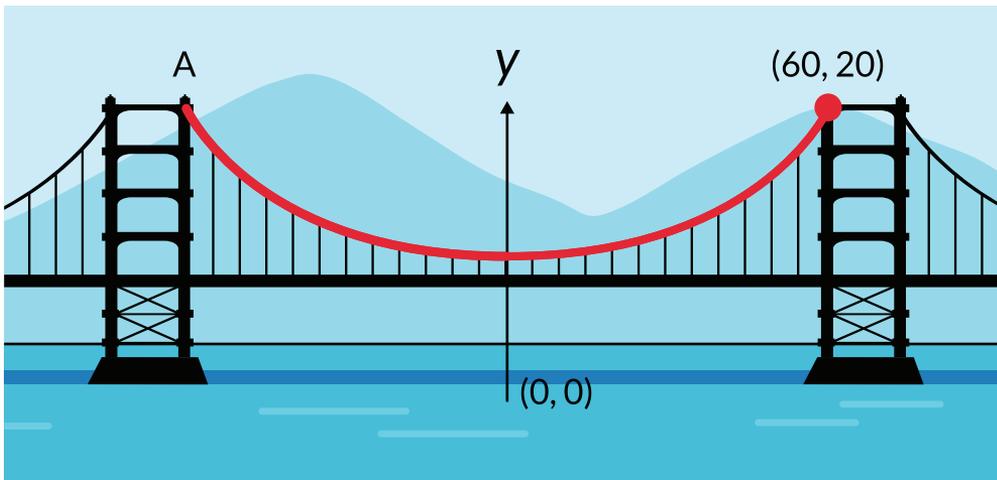
Gambar 6.9 Lintasan Air Selang

Jika titik A merupakan titik O, berapa koordinat titik C?

Berapa ketinggian maksimum air yang keluar dari selang?

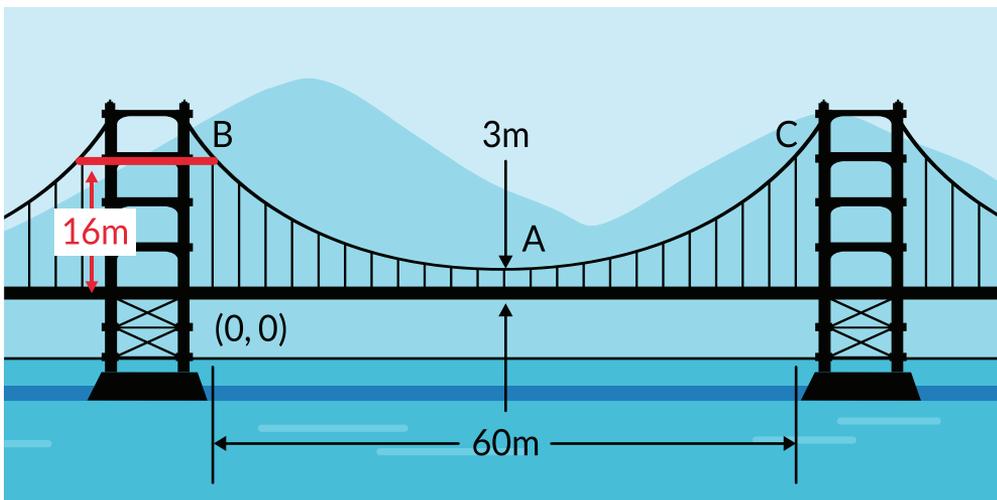
Perhatikan gambar kedua. Kabel penghubung jembatan berbentuk parabola.

Berapa koordinat titik A? Jelaskan alasan kalian. Selain sebagai titik asal O apa lagi yang istimewa dari titik ini?



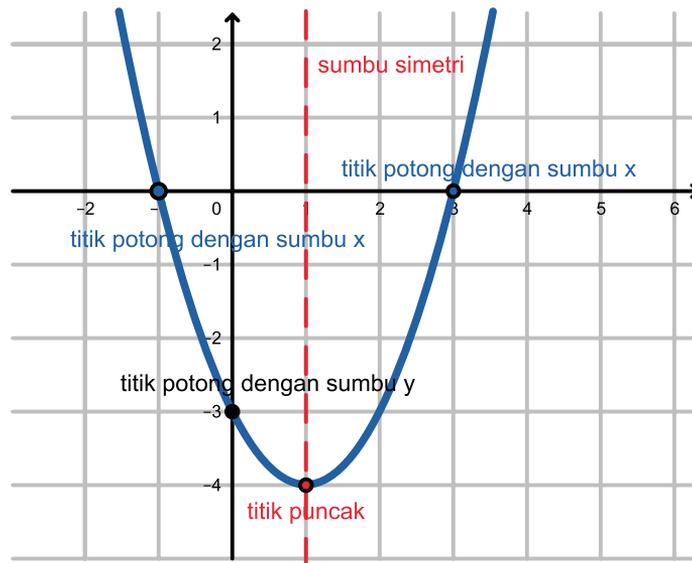
Gambar 6.10 Struktur Jembatan

Berapa koordinat titik A, B dan C? Jelaskan alasan kalian.



Gambar 6.11 Struktur Jembatan

Dapatkan kalian menyebutkan karakteristik lain dari fungsi kuadrat berdasarkan Eksplorasi 6.5?



Gambar 6.12 Karakteristik Fungsi Kuadrat

Perhatikan Gambar 6.12 dan amati beberapa titik istimewa dalam fungsi kuadrat:

- Titik potong dengan sumbu y, yaitu  $(0, -3)$ . Apakah kalian masih ingat bagaimana menentukan titik potong dengan sumbu y?
- Titik-titik potong dengan sumbu x, yaitu  $(-1, 0)$  dan  $(3, 0)$ .
- Vertex disebut juga sebagai titik puncak, dapat berupa titik maksimum atau titik minimum (sesuai dengan grafik terbuka ke atas atau ke bawah). Titik minimum dalam grafik yaitu  $(1, -4)$ .
- Sumbu simetri selalu melalui titik puncak,  $x = 1$

### Eksplorasi 6.6



#### Ayo Bereksplorasi

Untuk setiap fungsi  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , yang diberikan dalam a - j, hitunglah nilai  $D = b^2 - 4ac$

1. Tentukan fungsi-fungsi yang  $D > 0$ . Apa kesamaan fungsi-fungsi ini?
2. Tentukan fungsi-fungsi yang  $D = 0$ . Apa kesamaan fungsi-fungsi ini?
3. Tentukan fungsi-fungsi yang  $D < 0$ . Apa kesamaan fungsi-fungsi ini?
4. Lengkapilah tabel berikut

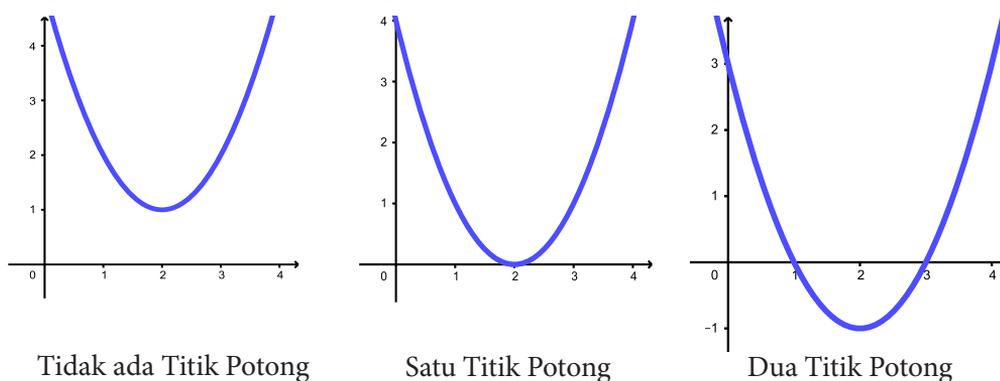
$f(x) = ax^2 + bx + c$	banyaknya akar $ax^2 = bx + c = 0$	banyaknya titik potong grafik dengan sumbu x
$D > 0$		
$D = 0$		
$D < 0$		



### Ayo Berpikir Kritis

1. Bagaimana grafik fungsi kuadrat yang  $D < 0$  dan  $a < 0$ ?
2. Pada rumus abc, adakah nilai  $D$ ?
3. Bagaimana hubungan titik potong dengan sumbu x dengan akar persamaan kuadrat?

Titik potong dengan sumbu x menunjukkan bahwa  $f(x) = 0$ , artinya kalian mencari akar-akar persamaan kuadrat.



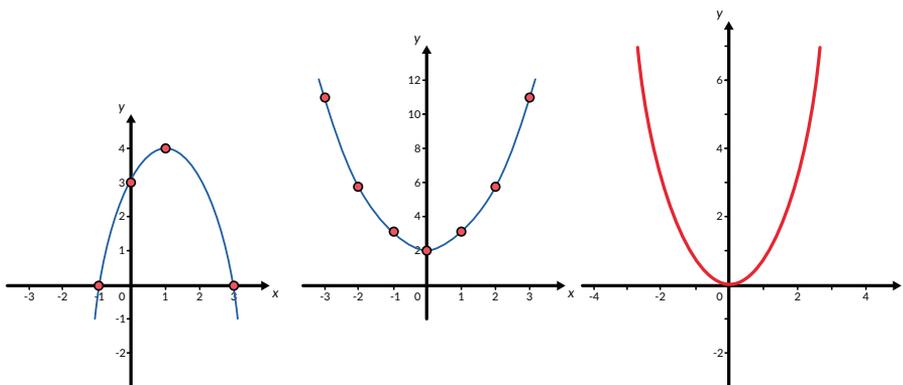
**Gambar 6.13** Titik Potong dengan sumbu  $x$

Pada fungsi kuadrat berbentuk  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ , diskriminan diberikan oleh nilai  $D = b^2 - 4ac$  untuk menentukan jumlah titik potong dengan sumbu x.

$D > 0$  maka ada dua titik potong dengan sumbu  $x$ .  
 $D = 0$  maka ada satu titik potong dengan sumbu  $x$ .  
 $D < 0$  maka tidak ada titik potong dengan sumbu  $x$ .

### Latihan 6.3

- Tentukan berapa banyaknya titik potong dari fungsi kuadrat berikut.
  - $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$
  - $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$
  - $f(x) = -3x^2 + 4x + 1$
  - $f(x) = 4x^2 + 4x + 5$
  - $f(x) = x^2 + 2x + 1$
  - $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$
  - $f(x) = -3x^2 + 8x - 1$
  - $f(x) = 4x^2 + 11x - 7$
- Tentukan koordinat titik puncak, sumbu simetri, koordinat titik potong dengan sumbu  $y$ , dan banyak titik potong dari grafik fungsi-fungsi kuadrat di bawah ini.



Apakah hubungan antara titik puncak dengan grafik terbuka ke atas atau ke bawah?

- Perhatikan tabel di bawah ini, yang menunjukkan jarak tempuh suatu mobil sebagai fungsi dari waktu

<b>Waktu (detik)</b>	0	1	2	3	4	5	6
<b>Jarak (m)</b>	8	13	16	17	16	13	8

- a. Berapa jarak maksimum yang ditempuh?
  - b. Berapa koordinat titik maksimum?
  - c. Tentukan persamaan garis sumbu simetri.
4. Perhatikan tabel di bawah ini, yang menunjukkan biaya produksi sebagai fungsi dari jumlah barang.

<b>Biaya produksi</b>	0	500	400	500	800	1300	6
<b>Jumlah</b>	0	10	20	30	40	50	8

- a. Berapa biaya minimum?
- b. Berapa koordinat titik minimum?
- c. Tentukan persamaan garis sumbu simetri.



### Ayo Berpikir Kritis

5. Untuk setiap kasus di bawah ini tentukan apakah grafik fungsi kuadrat terbuka ke atas atau ke bawah.
- a. Biaya produksi sebagai fungsi dari jumlah barang.
  - b. Keuntungan sebagai fungsi dari jumlah barang.
  - c. Kualitas bunyi dari *sound system* sebagai fungsi dari amplitudo gelombang bunyi.
  - d. Efektivitas obat sebagai fungsi dari dosis obat.
  - e. Keselamatan pemakaian suatu bahan sebagai fungsi dari waktu pemakaian.

### Latihan 6.4

1. Keuntungan penjualan biskuit sebagai fungsi dari jumlah produksi.  
 $f(x) = -80x^2 + 480x - 540$ 
  - a. Buat tabelnya dari  $x = 0$  hingga  $x = 50$
  - b. Gambarkan grafiknya.
  - c. Tentukan keuntungan maksimum.
2. Fungsi kuadrat untuk gerak bola adalah  $f(t) = -5t^2 + 11t + 12$ 
  - a. Buat tabel dari  $t = 0$  hingga  $t = 5$  detik
  - b. Gambarkan grafiknya
  - c. Tentukan ketinggian maksimum



### Ayo Berefleksi

1. Apakah kalian dapat membuat grafik fungsi kuadrat jika diberikan tabel nilai?
2. Apakah kalian dapat membedakan fungsi kuadrat terbuka ke atas dengan terbuka ke bawah?
3. Apakah kalian dapat menjelaskan peran  $c$  dalam fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ?
4. Apakah kalian dapat menentukan titik puncak, sumbu simetri, titik potong dengan sumbu  $y$  dan titik potong dengan sumbu  $x$ ?
5. Apakah kalian dapat membedakan titik maksimum dan titik minimum?
6. Apakah kalian dapat melihat hubungan antara diskriminan dengan banyak titik potong dengan sumbu  $x$ .

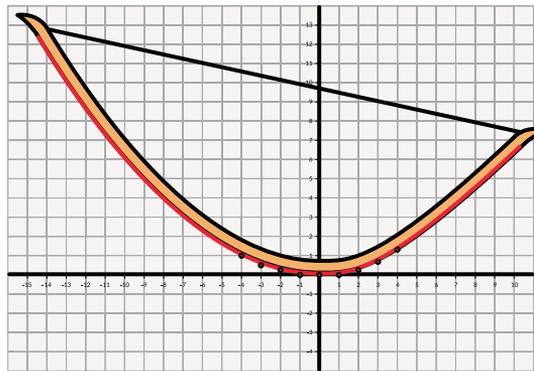
## B. Mengonstruksi Fungsi Kuadrat

### Eksplorasi 6.7.



### Ayo Bereksplorasi

Tentukan tiga titik yang melalui busur.



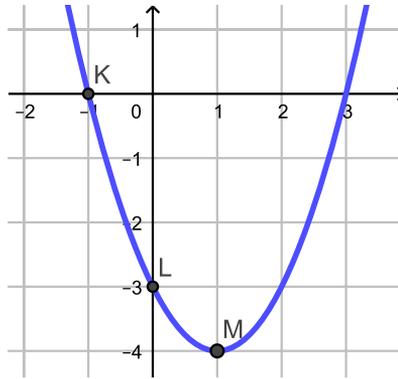
Gambar 6.14 Busur Panah sebagai Fungsi Kuadrat

Bagaimana kalian menentukan fungsi kuadrat dari lengkungan busur?

Jika tiga titik diketahui maka  $f(x) = ax^2 + bx + c$  dapat ditentukan. Kalian menggunakan sistem persamaan tiga variabel untuk menentukan nilai  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ .

## Contoh:

Carilah persamaan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik  $K(-1, 0)$ ,  $L(0, -3)$ , dan  $M(1, -4)$ .



**Gambar 6.15** Grafik fungsi kuadrat yang melalui  $K(-1, 0)$ ,  $L(0, -3)$ , dan  $M(1, -4)$

### Alternatif Penyelesaian 1:

Substitusi koordinat  $K(-1, 0)$  ke dalam fungsi, didapat persamaan:

$$0 = a(-1)^2 + b(-1) + c$$

Substitusi koordinat  $L(0, -3)$  didapat persamaan:

$$-3 = a(0)^2 + b(0) + c$$

Substitusi koordinat  $M(1, -4)$  didapat persamaan:

$$-4 = a(1)^2 + b(1) + c$$

Dari tiga persamaan ini didapatkan sistem persamaan linear

$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ c = -3 \\ a + b + c = -4 \end{cases}$$

Kalian telah mempelajari sistem persamaan linear dan solusinya adalah

$$a = 1, b = 0, c = -4$$

Persamaan fungsi kuadrat yang melalui titik  $K(-1, 0)$ ,  $L(0, -3)$ , dan  $M(1, -4)$  adalah

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

### Alternatif Penyelesaian 2:

Memanfaatkan fakta bahwa  $M(1,-4)$  adalah titik puncak fungsi, maka

$$f(x) = a(x - 1)^2 - 4$$

Substitusi titik potong dengan sumbu  $y$   $-3 = a(0 - 1)^2 - 4$

$$-3 = a - 4$$

$$a = 1$$

Sehingga persamaan fungsi kuadratnya adalah  $f(x) = x^2 - 2x - 3$

Kalian dapat mengeksplorasi berbagai bentuk fungsi kuadrat berdasarkan grafik-grafik yang telah kalian buat sebelumnya.

### Eksplorasi 6.8.



#### Ayo Bereksplorasi

1. Memfaktorkan bentuk fungsi  $f(x) = ax^2 + bx + c$ 
  - a. Tentukan fungsi yang dapat dituliskan dalam bentuk  $y = a(x - p)(x - q)$ 
    - 1) Tentukan nilai  $p$  dan  $q$
    - 2) Tentukan titik potong grafik dengan sumbu  $x$
    - 3) Tentukan nilai  $D = b^2 - 4ac$
    - 4) Tentukan akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$
  - b. Tentukan fungsi yang dapat dituliskan dalam bentuk  $y = a(x - r)^2$ 
    - 1) Tentukan nilai  $r$
    - 2) Bagaimana letak grafik dengan sumbu  $x$ ? Berapa koordinatnya?
    - 3) Tentukan nilai  $D = b^2 - 4ac$
    - 4) Tentukan akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$
  - c. Tentukan fungsi yang tidak melalui sumbu  $x$ .
    - 1) Tentukan nilai  $D = b^2 - 4ac$
    - 2) Tentukan akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$
  - d. Bagaimana nilai  $D = b^2 - 4ac$  menentukan banyaknya perpotongan grafik fungsi dengan sumbu  $x$ ?

Fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$	Bentuk Faktor	Koordinat titik potong dengan sumbu x
$D > 0$		
$D = 0$		
$D < 0$		

2. Sumbu simetri adalah garis yang melalui titik puncak. Untuk setiap grafik fungsi yang ada:
  - a. Tentukan sumbu simetrinya
  - b. Tentukan kaitan nilai  $p, q, r$  pada no. 1 dengan sumbu simetri
  - c. Tentukan nilai  $-\frac{b}{2a}$
  - d. Tuliskan dua cara menentukan sumbu simetri.
3. Titik puncak adalah koordinat titik maksimum atau titik minimum. Untuk setiap grafik fungsi yang ada:
  - a. Tentukan koordinat titik puncaknya
  - b. Tentukan hubungan nilai absis titik puncak dengan sumbu simetri
  - c. Substitusi nilai sumbu simetri pada fungsi  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Nilai ini sama dengan apa?
  - d. Hitung nilai  $\frac{D}{-4a}$ . Nilai ini sama dengan apa?
  - e. Ubah bentuk  $f(x) = ax^2 + bx + c$  menjadi bentuk  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ . Nilai  $(h, k)$  menunjukkan apa?
  - f. Tuliskan berbagai cara menentukan koordinat titik puncak grafik fungsi kuadrat.

Dari eksplorasi kalian melihat ada beberapa bentuk untuk menuliskan fungsi kuadrat.

1. Bentuk standar  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$
2. Titik potong dengan sumbu x pada  $(p, 0)$  dan  $(q, 0)$ , yaitu  $y = f(x) = a(x - p)(x - q)$
3. Bentuk dengan titik puncak  $(h, k)$  yaitu  $y = f(x) = a(x - h)^2 + k$

### Latihan 6.5

1. Fungsi kuadrat dengan titik puncak  $(2,6)$  dan melalui titik  $(1,7)$ . nyatakan fungsi kuadrat dalam ke tiga bentuk.
2. Suatu bola dilemparkan dari ketinggian awal 4 m dan mencapai ketinggian maksimum 8 m setelah dua detik sejak dilempar. Nyatakan fungsi kuadrat dalam ke tiga bentuk.



#### Ayo Berpikir Kritis

3. Untuk setiap kasus di bawah ini tentukan apakah diskriminan fungsi kuadrat sama dengan nol, lebih kecil dari nol atau lebih besar dari nol.
  - a. Pendapatan dari penjualan sebagai fungsi dari jumlah barang.
  - b. Keuntungan sebagai fungsi dari jumlah barang.
  - c. Kualitas bunyi dari sound system sebagai fungsi dari amplitudo gelombang bunyi.
  - d. Efektivitas obat sebagai fungsi dari dosis obat.
  - e. Keselamatan pemakaian suatu bahan sebagai fungsi dari waktu pemakaian.



#### Ayo Berefleksi

1. Apakah kalian dapat membentuk fungsi kuadrat jika diketahui tiga titik dari fungsi kuadrat?
2. Apakah kalian dapat membentuk fungsi kuadrat jika diketahui titik potong dengan sumbu  $x$ ?
3. Apakah kalian dapat membentuk fungsi kuadrat jika diketahui titik puncak?

## C. Menyelesaikan Masalah dengan Fungsi Kuadrat

### Eksplorasi 6.9



#### Ayo Berpikir Kreatif

Suatu kajian dilakukan untuk mengetahui penghematan bahan bakar (km/liter) terhadap kelajuan mobil (km/jam).  $P(x)$  adalah penghematan bahan bakar dan  $x$  adalah kelajuan mobil.

**Tabel 6.2** Penghematan bahan bakar terhadap kelajuan mobil

$P(x)$	9,5	10,8	11,7	12,3	12,2	12,8	12,7	12,8	12,9	12,2	11,6	10,8
$x$	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112

**Sumber:** *Transportation Energy Data Book*

1. Buat grafik  $P(x)$  terhadap  $x$  dengan bentuk parabola, mungkin saja ada titik-titik yang tidak melalui grafik.
2. Setelah mendapatkan bentuk grafiknya tentukan fungsi kuadratnya.
3. Berapa kelajuan yang menghasilkan penghematan bahan bakar maksimum?



#### Ayo Menggunakan Teknologi

Kalian dapat menggunakan kalkulator atau aplikasi Desmos atau GeoGebra untuk menentukan fungsi kuadrat dari sekelompok data.

Petunjuk menggunakan kalkulator untuk membuat fungsi kuadrat dari sekelompok data.

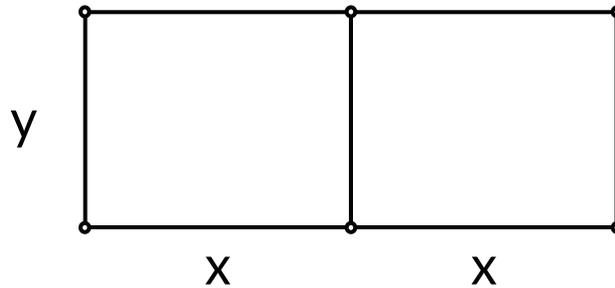
1. Masukkan data pada kalkulator.
2. Buatlah sebaran data yang tampak pada layar kalkulator.
3. Gunakan fitur *quadratic regression* untuk mendapatkan grafik kuadrat terbaik.
4. Untuk mendapatkan kelajuan yang bersesuaian dengan penghematan bahan bakar maksimum, gunakan fitur maksimum pada kalkulator.

### Eksplorasi 6.10



#### Ayo Bereksplorasi

Seorang petani ingin membuat pagar pembatas tanaman seperti yang ditunjukkan oleh gambar di bawah ini. Panjang kawat adalah 24 m. Berapa luas maksimum yang dapat dibuat oleh petani?



Dua contoh di atas menunjukkan salah satu kegunaan fungsi kuadrat untuk dapat mengetahui nilai maksimum dan minimum. Kalian sudah mempelajari beberapa cara untuk mendapatkan nilai minimum dan maksimum.

Fungsi kuadrat digunakan dalam berbagai bidang kehidupan, dalam olahraga, bangunan, ekonomi kesehatan dan lainnya.



#### Ayo Mencoba

Harga 1 buku  $h$  adalah  $900 - 0,25x$  dengan  $x$  adalah banyak buku yang diproduksi. Jika pendapatan adalah dari penjualan adalah  $R = hx$  tentukan banyak buku yang diproduksi agar diperoleh pendapatan optimal atau maksimal.

### Latihan 6.6

1. Bandingkan fungsi linier dengan fungsi kuadrat.

Waktu (detik)	Jarak Tempuh (m)	Jarak Tempuh (m)
0	0	0
1	2	3
2	4	8
3	6	15
4	8	24
5	10	35
6	12	48

Apakah untuk setiap detik kenaikan jarak sama untuk kedua fungsi? Jelaskan.

2. Tabel di bawah menunjukkan hubungan antara kelajuan mobil dengan efisiensi bahan bakar. Buatlah pendekatan grafik fungsi kuadrat dengan  $P(x)$  adalah penghematan bahan bakar dan  $x$  adalah kelajuan mobil.

<b>Kelajuan (km/jam)</b>	16	32	48	64	80	96	112	128
<b>Bahan bakar (km/liter)</b>	7,5	10,2	12,2	13,2	13,5	12,8	11,3	9,1

Berapa kelajuan yang menghasilkan penghematan maksimum?

3. Bandingkan fungsi eksponen dengan fungsi kuadrat. Apakah fungsi eksponen mempunyai nilai maksimum atau nilai minimum?



#### Ayo Berefleksi

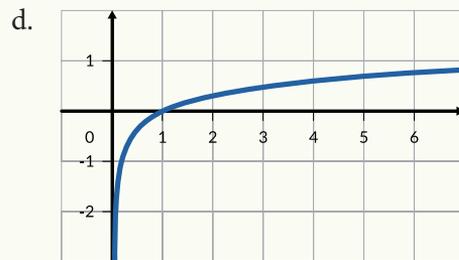
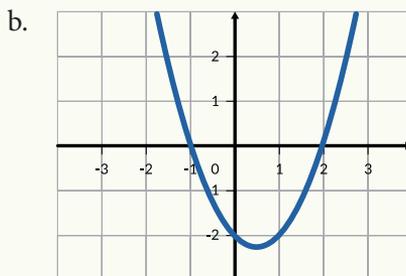
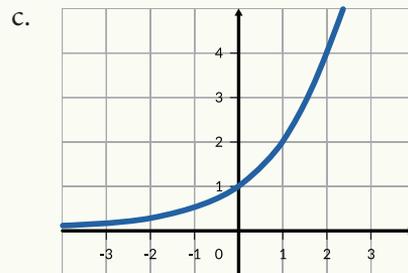
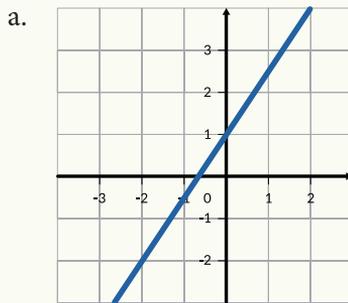
1. Apakah kalian dapat membuat grafik fungsi kuadrat jika diberikan sekelompok data?
2. Apakah kalian dapat membuat fungsi kuadrat dari suatu masalah?

## Refleksi

1. Bagaimana menuliskan bentuk fungsi kuadrat?
2. Apa peran nilai  $a$  dalam fungsi kuadrat?
3. Apa peran nilai  $c$  dalam fungsi kuadrat?
4. Apa yang dimaksud dengan titik puncak dari fungsi kuadrat?
5. Apa yang dimaksud dengan diskriminan?
6. Bagaimana mengonstruksi fungsi kuadrat?
7. Bagaimana memplot sekelompok data sebagai fungsi yang mendekati fungsi kuadrat?

## Uji Kompetensi

1. Dari grafik berikut, yang manakah yang merupakan grafik fungsi kuadrat?



e.

2. Gambarkan grafik fungsi  $y = 2x^2 - 4x - 16$ 
  - a. Tentukan titik potong grafik dengan sumbu  $x$
  - b. Tentukan titik potong grafik dengan sumbu  $y$
  - c. Tentukan sumbu simetrinya.
  - d. Apakah fungsi ini memiliki nilai maksimum atau minimum? Tentukan nilainya.

3. Bola dilemparkan ke atas dari tanah dengan kecepatan tertentu sehingga ketinggian yang dicapai merupakan fungsi dari waktu,  $h(t) = -5t^2 + 40t$   
Berapa ketinggian maksimum yang dicapai oleh bola?
4. Pendapatan dari hasil penjualan barang  $P(q)$  ditentukan oleh jumlah barang yang diproduksi  $q$ .  $P(q) = -20q^2 + 3000q$ . Tentukan pendapatan maksimal atau optimal dan jumlah barang yang bersesuaian dengannya.